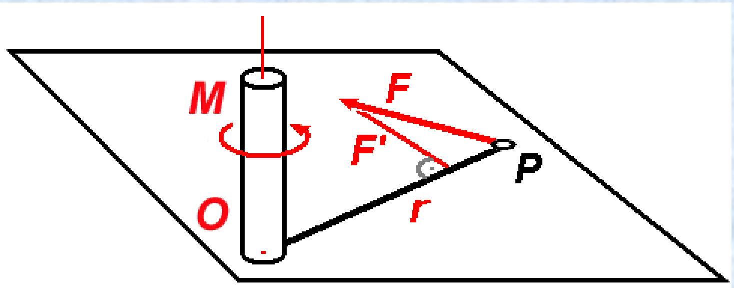
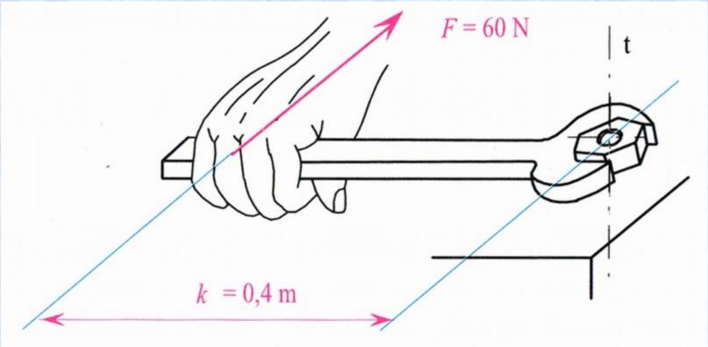


Forgatónyomaték

Egyensúlyi feltételek



MA DG 2023

Erő forgató hatása

Az erőhatás a testeknek a forgását is megváltoztathatja, vagyis **az erőnek forgató hatása is lehet.**

A mérleghinta akkor van egyensúlyban, ha a nehezebb gyerek közelebb ül a forgástengelyhez.

A forgatóhatás, forgatónyomaték kiszámítása (M)

A forgató hatás nagysága az **erő** x **erőkar** szorzattal jellemezhető.

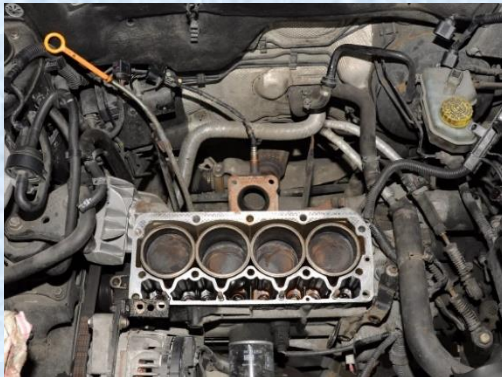
Ezt a mennyiséget **forgatónyomatéknak** nevezzük.

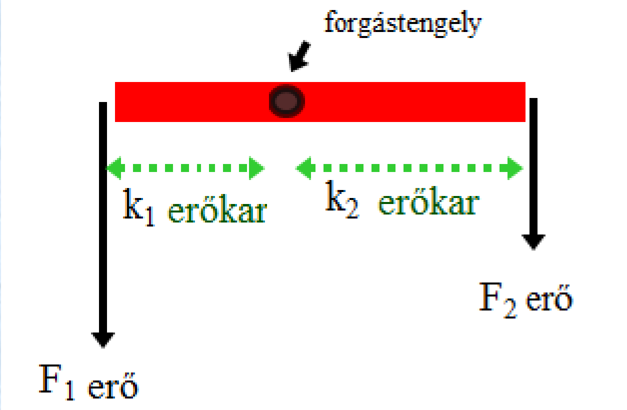
Jele: M

$M = F \cdot k$

Mértékegysége: Nm

(F: erő, k erőkar)

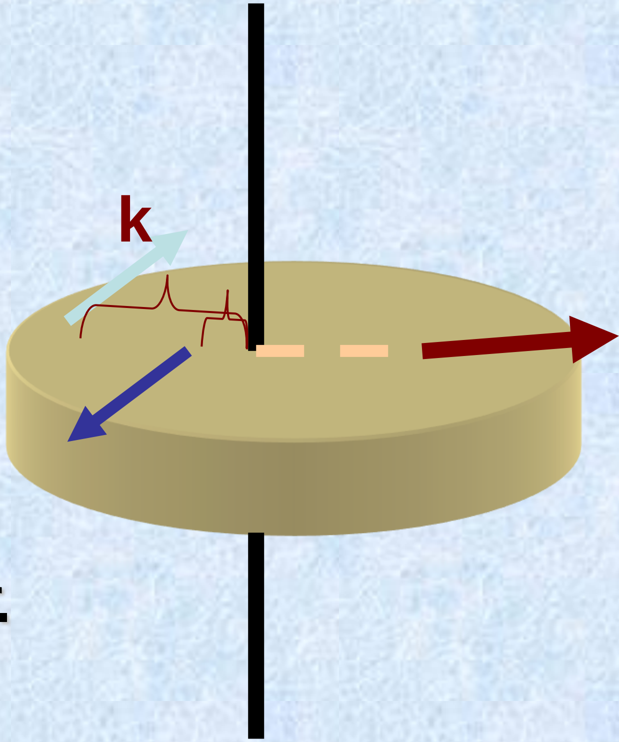




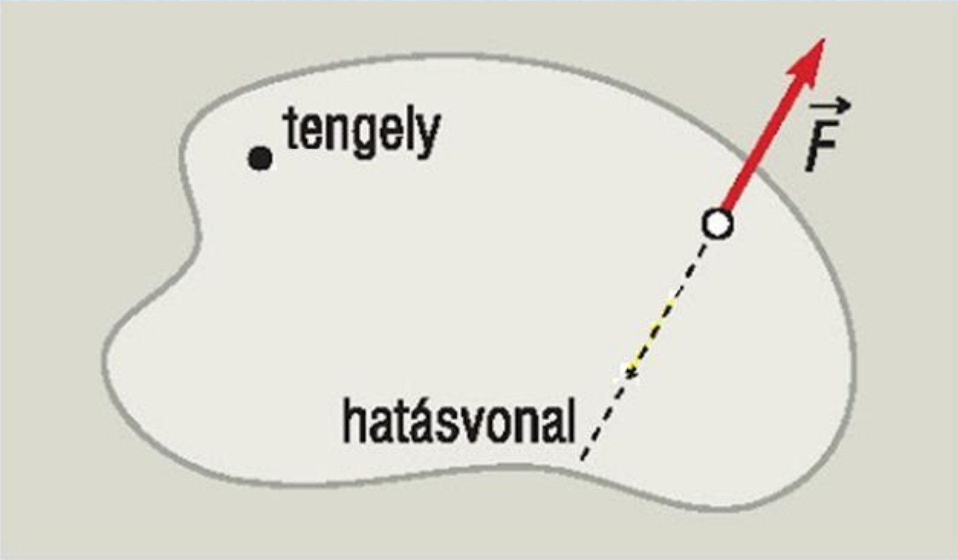
Az F_1 erőkarja k_1, az F_2-é k_2.

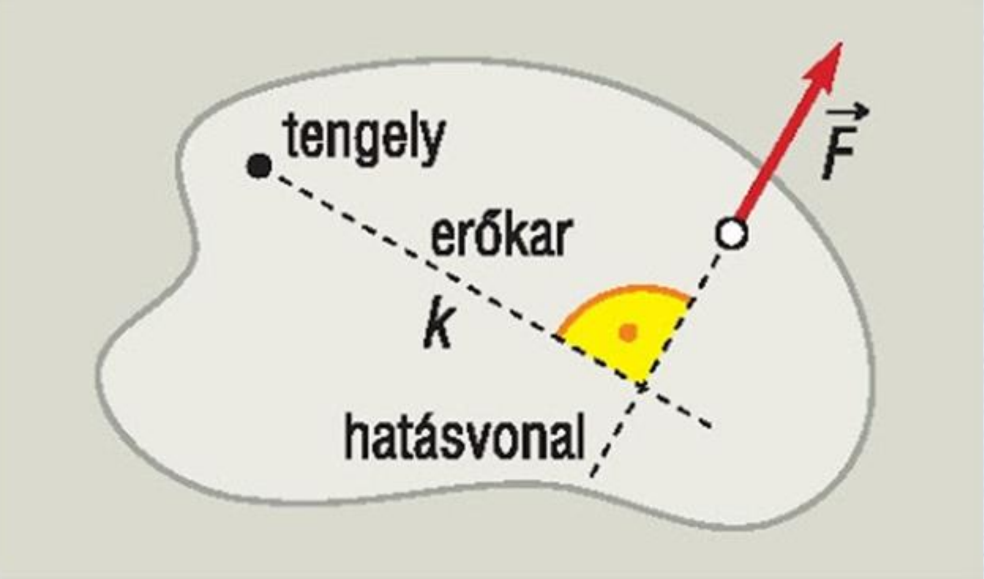
Erőkar

- Az erőkar az **erő hatásvonalának** a **forgástengelytől** mért távolsága
- Jele: **k**
  - Ha a hatásvonal átmegy a tengelyen (barna erő esetében), akkor 0 az erőkar.



Erőkar berajzolása





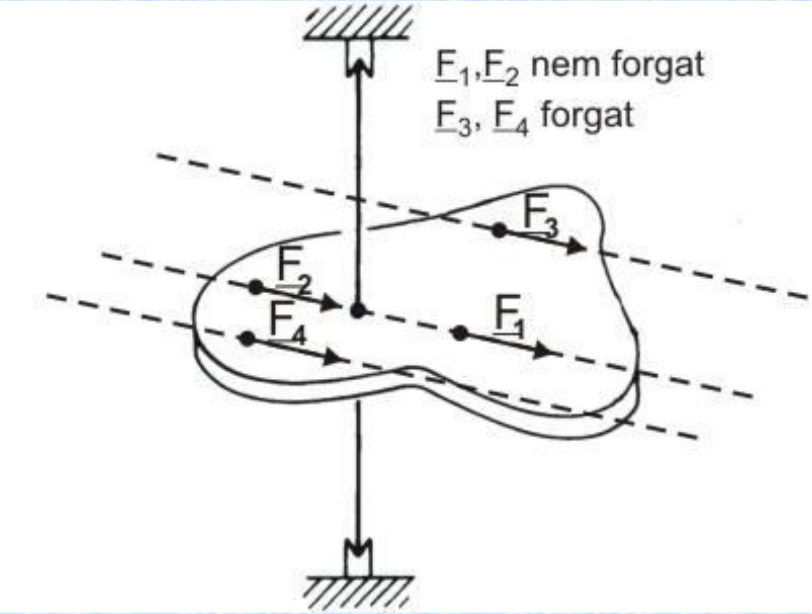
Az F erő hatásvonalára merőlegest állítunk a tengelyt jelképező pontból.

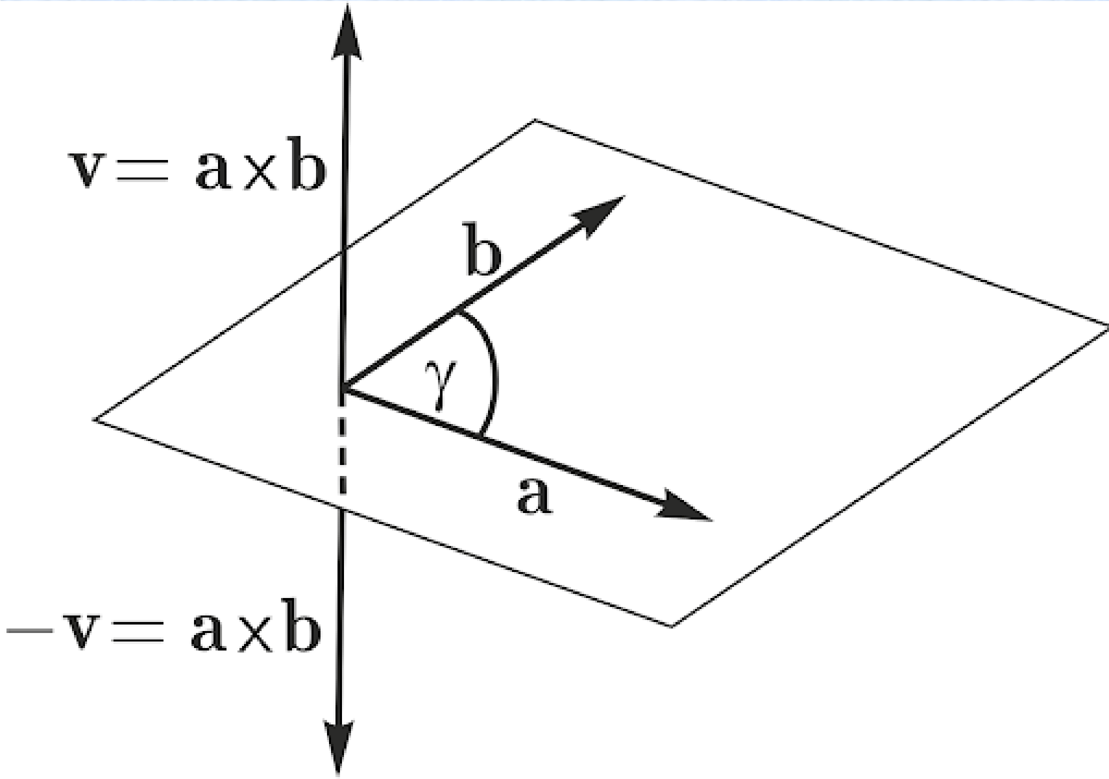
Nyomatékkulcs

Nem mindegy, hogy egy csavart mekkora nyomatékkal húzunk meg. A megfelelő forgatónyomaték meghatározására szolgálnak a nyomatékkulcsok, amelyek segítségével beállítható a megfelelő forgatónyomaték nagysága.

Kiegészítés

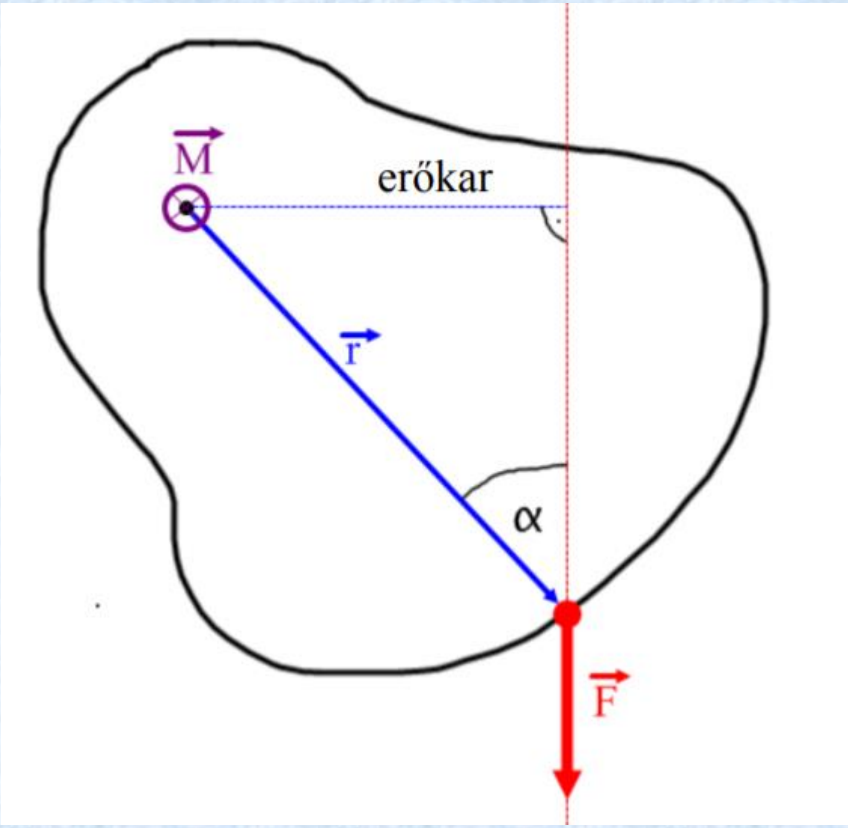
Ábrák a forgatónyomatékhoz

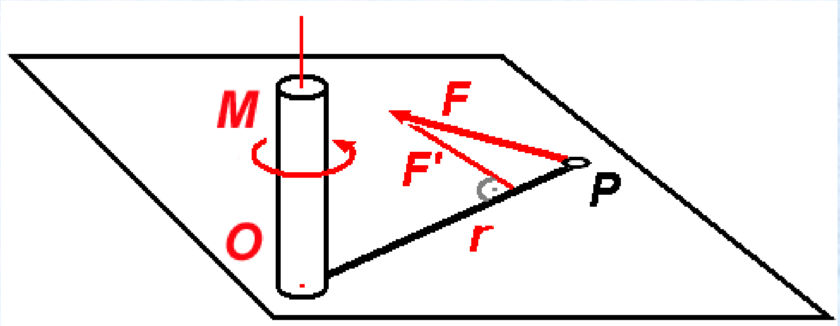




Kiegészítés

Forgatónyomaték kiszámítása





A forgatónyomaték, mint vektor

Az erő origóra (forgástengely) vonatkoztatott forgatónyomatéka (amely valójában vektormennyiség):

$$\vec{M} = \vec{F} \, x \, \vec{r}$$

A forgatónyomaték nagysága:

$$M = F \cdot r \cdot sin\alpha$$

Iránya: merőleges az erő és a helyvektor által meghatározott síkra.

A forgatónyomaték nulla ha $\alpha = 0^{\circ}$ és maximális, ha $\alpha = 90^{\circ}$

A forgatónyomaték vektormennyiség, de erre a középiskolás anyagban ritkán térnek ki.

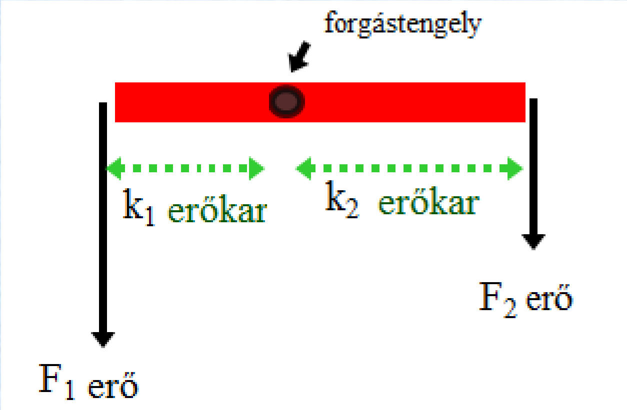
$$M = F \cdot r_{+}$$

Egyensúly feltétele

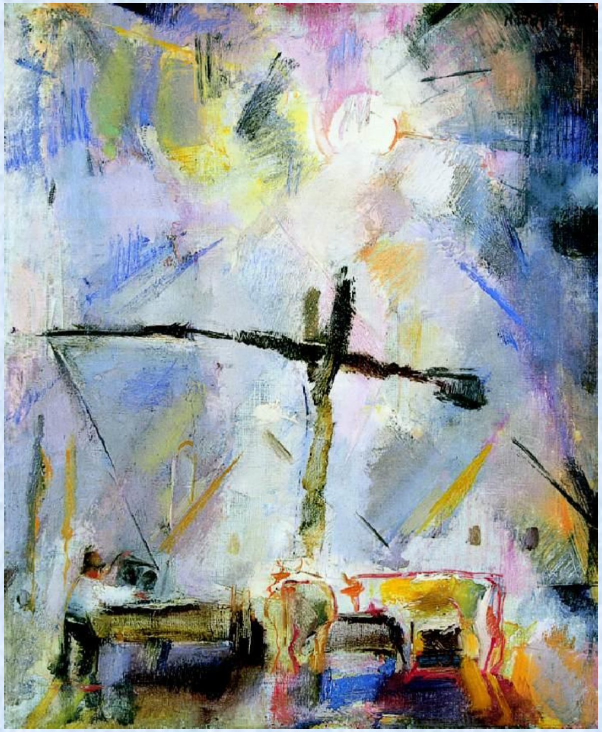
Egyensúly esetén az ellentétes irányú forgatónyomatékok egyenlő nagyságúak.

$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$$

$$M_1 = M_2$$



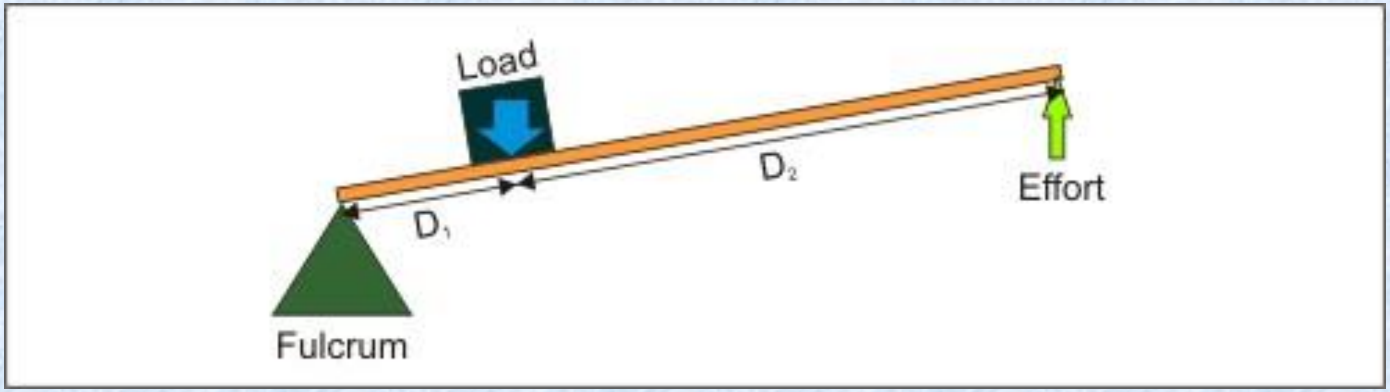
Forgatónyomaték a gyakorlatban

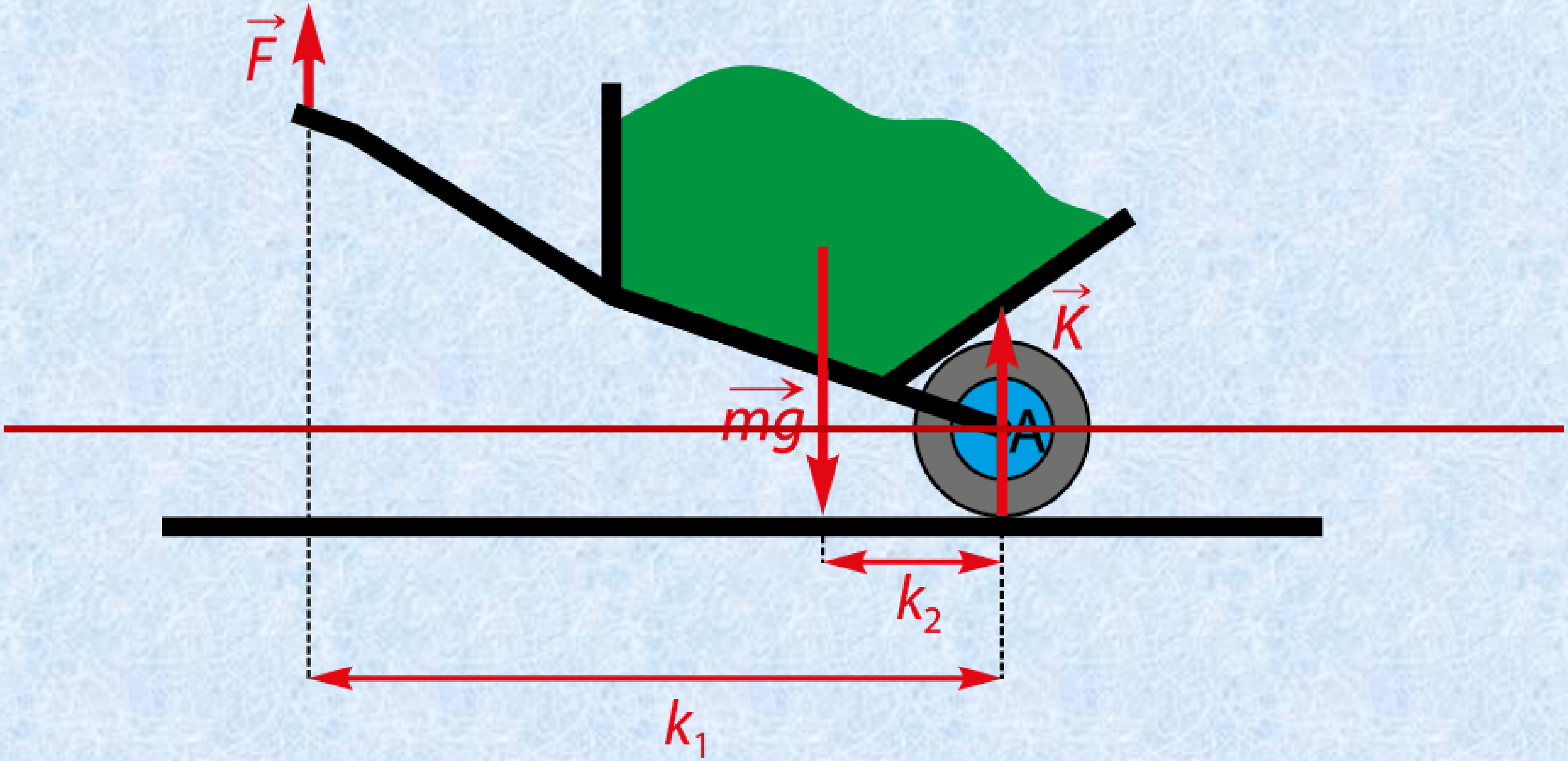


Ha forgásba jönnek…

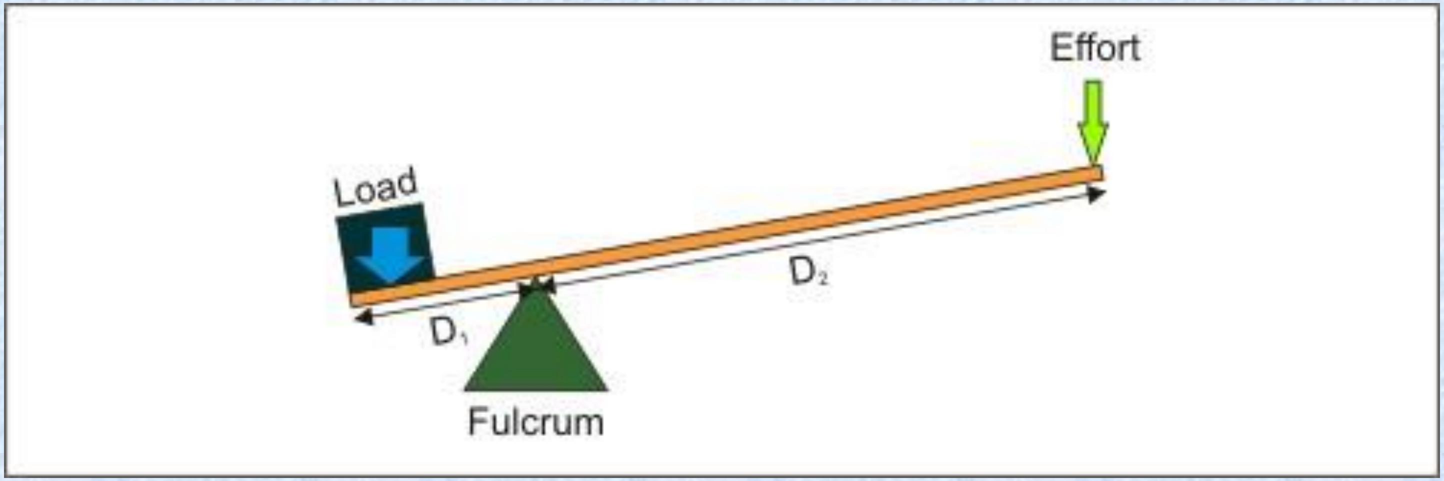
- Gémeskút:
  - Egyik oldalon egy nehéz tárgy , rövidebb ennek a résznek a hossza
  - A másik oldal hosszabb
  - Ezért könnyű a vizet felhúzni

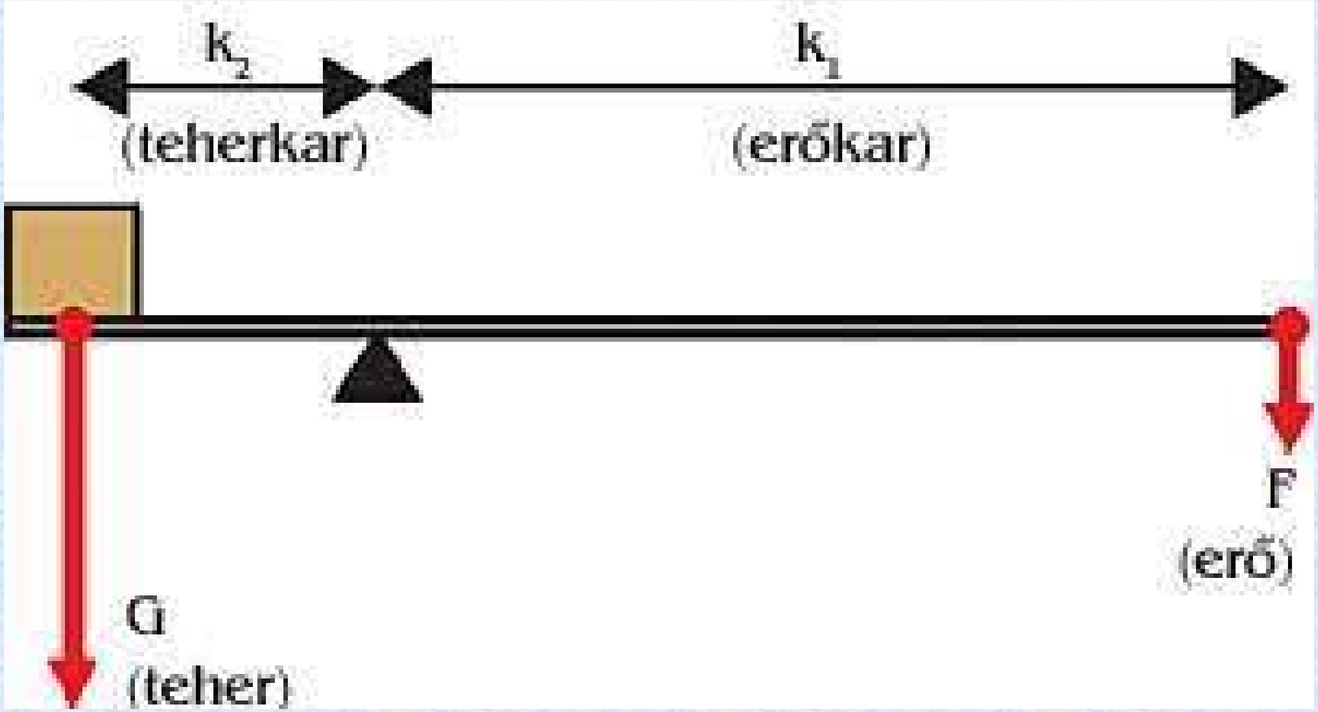
Egykarú emelő



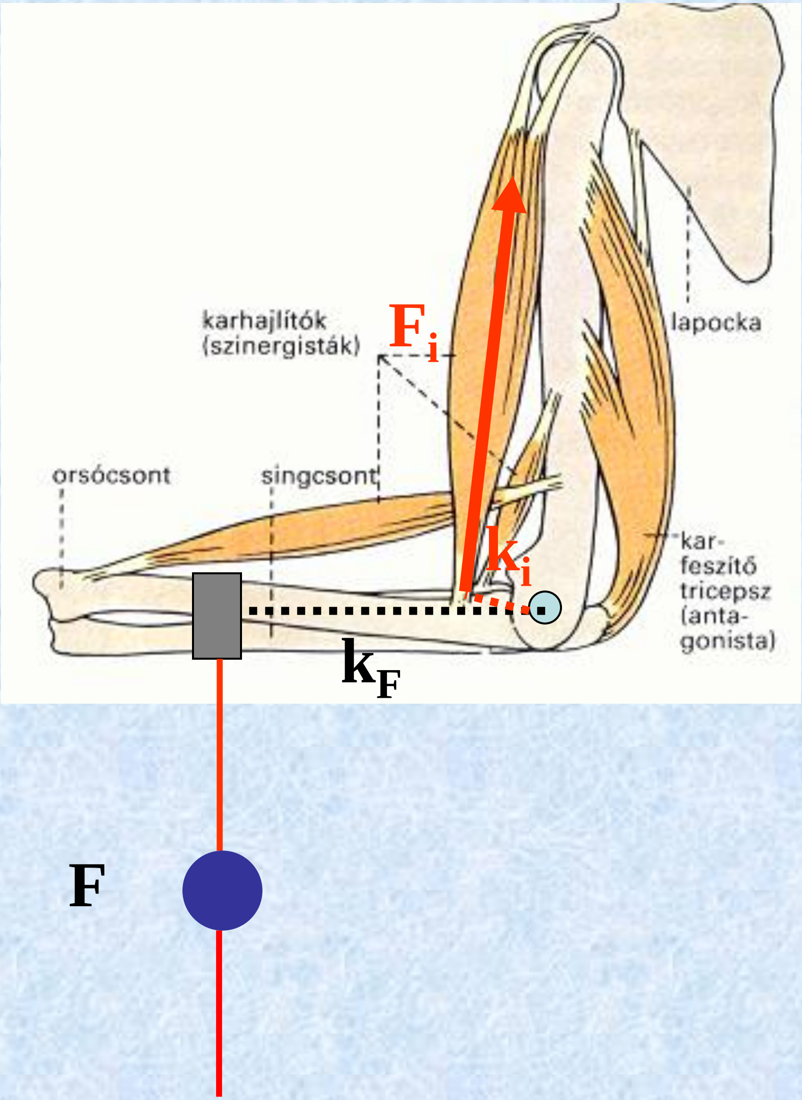


Kétkarú emelő





Karunk, mint emelő
Izomerő meghatározása



$$M = F \cdot k_F$$

$$M_i = F_i \cdot k_i$$

$$F \cdot k_F = F_i \cdot k_i$$

$$F_i = F \cdot k_F / k_i$$

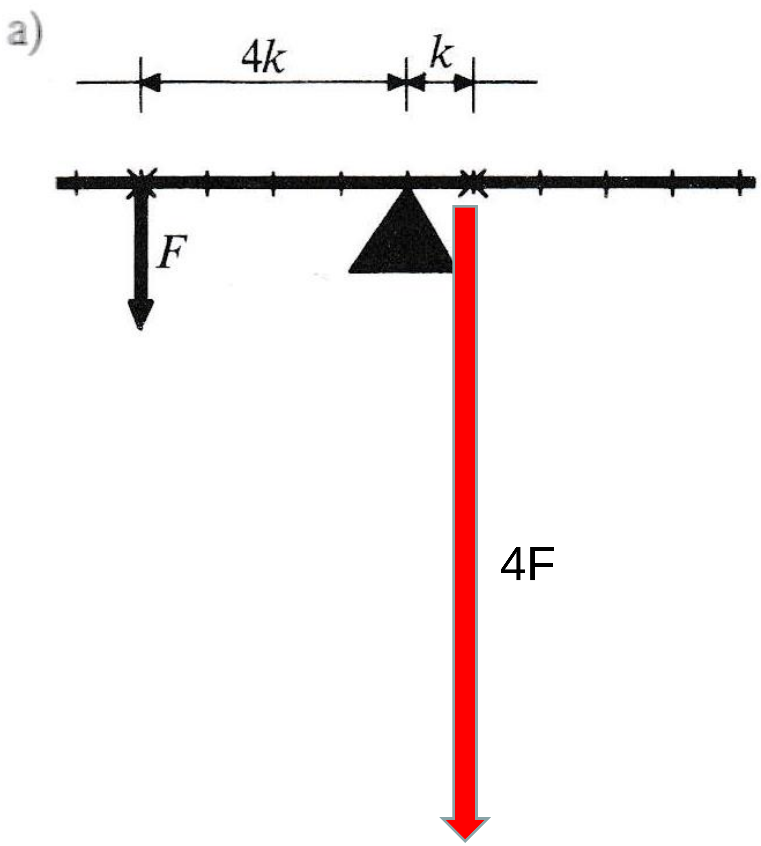
Feladatok

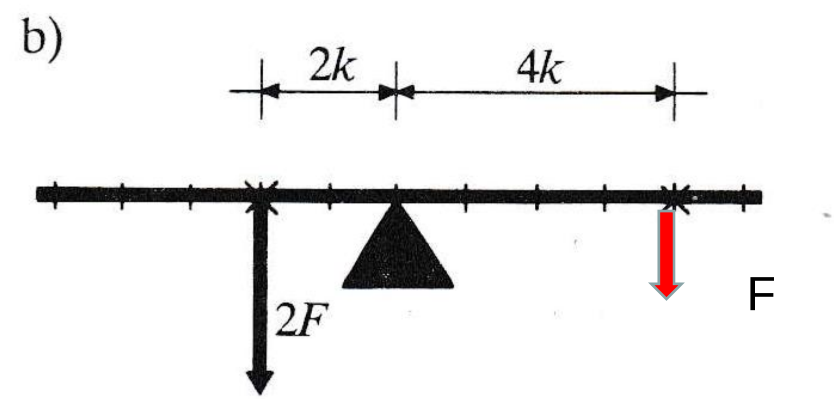
1) Mekkora a 2 N nagyságú erő forgatónyomatéka, ha a hatásvonalának a forgástengelytől mért távolsága 25 cm?

2) Számítsad ki a táblázat hiányzó adatait!

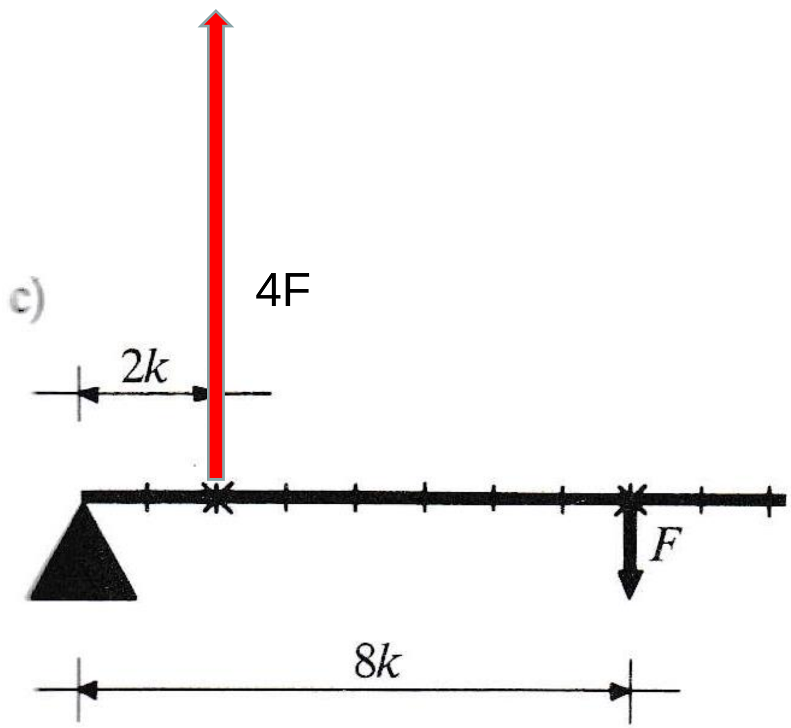
F	k	M
5 N	1 m	
5 N		20 Nm
	0,2 m	1 Nm
2 N	3 m	

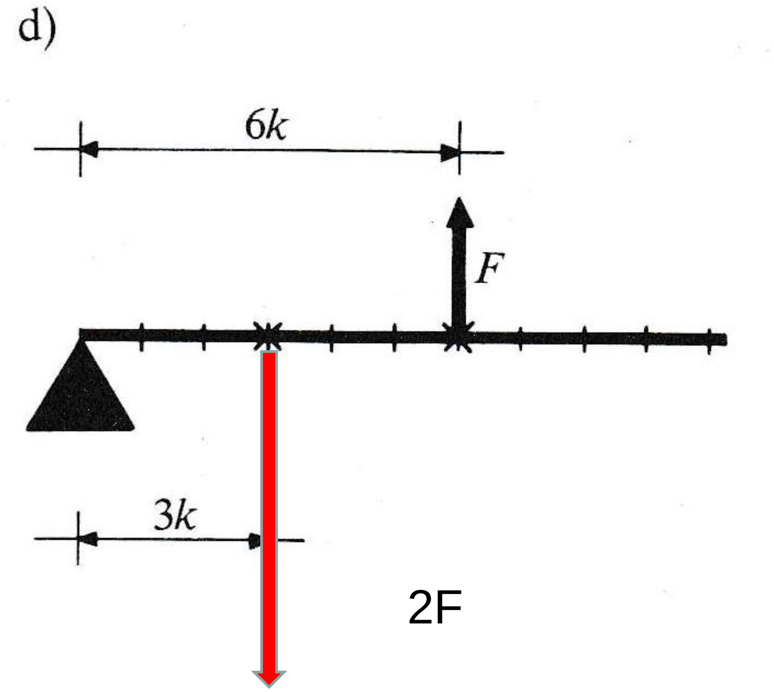
Egészítsük ki a rajzokat úgy, hogy az emelő egyensúlyban legyen!



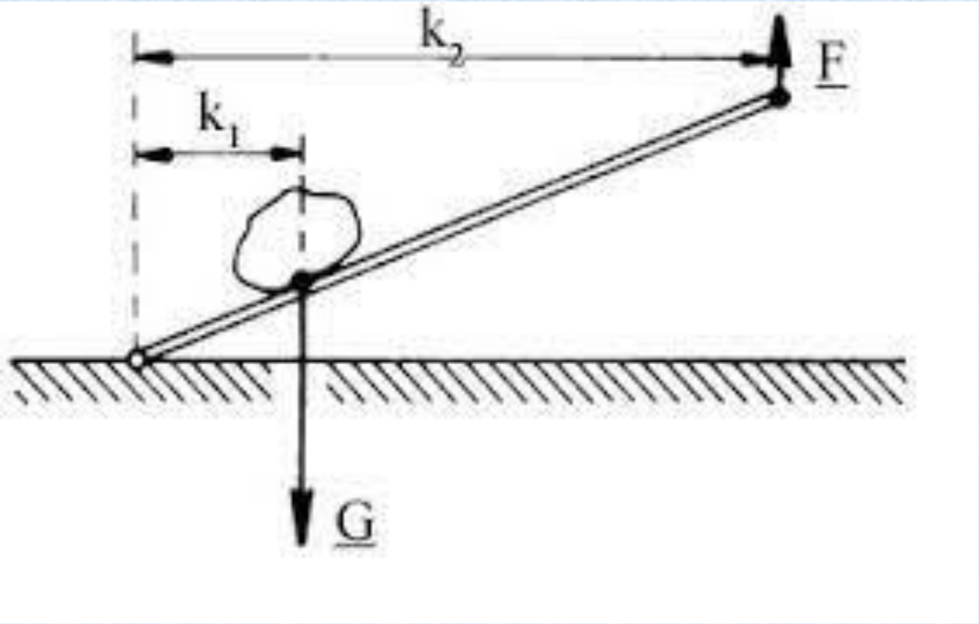


Egészítsük ki a rajzokat úgy, hogy az emelő egyensúlyban legyen!





Feladat



Az alátámasztásnál (forgáspont) ható erő forgatónyomatéka 0, mert az erőkarja 0.

Mekkora F erővel tudjuk emelni a követ, ha k_1=0,3 m, k_2=1,2 m, G=30 N?

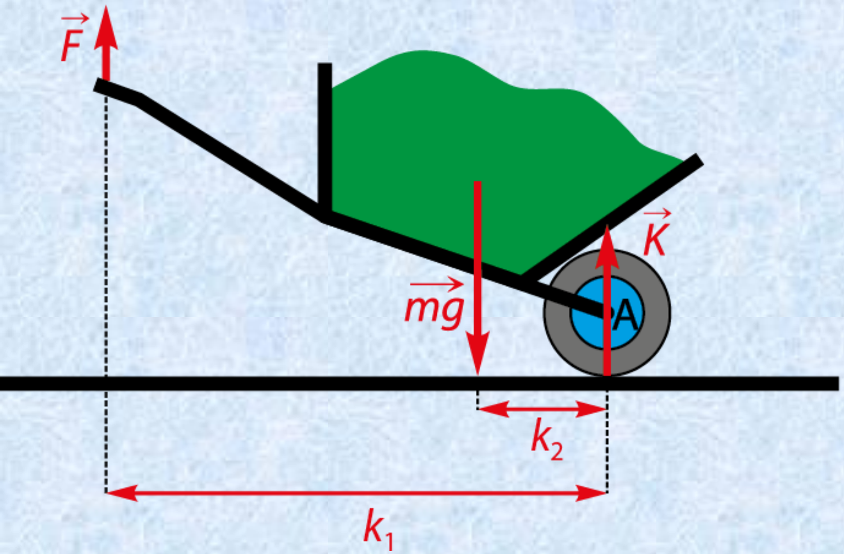
$$F \cdot k_2 = G \cdot k_1$$

$$F = \frac{G \cdot k_1}{k_2}$$

$$F = \frac{30N \cdot 0{,}3m}{1{,}2m}$$

$$F = 7{,}5N$$

Feladat



Mekkora erővel tudjuk felemelni a 20 kg tömeggel megrakott talicskát, ha k_1=1,5 m, k_2= 0,5 m? A talicska tömegétől tekintsünk el.

Mivel a talicska nyugalomban van:

A pozitív és negatív irányú forgató hatások megegyeznek:

$$F \cdot k_1 = G \cdot k_2 + K \cdot 0$$

$$F = \frac{G \cdot k_2}{k_1} = \frac{20kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5m}{1{,}5m}$$

F=66,66N

Az alátámasztásnál (forgáspont) ható K erő forgatónyomatéka 0, mert az erőkarja 0.

Feladat

A libikóka forgáspontjára vonatkozó pozitív és negatív irányú forgatónyomatékokra igaz, hogy:

$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot k_1}{k_2}$$

$$F_2 = \frac{500N \cdot 2{,}1m}{1{,}4m}$$

$$F_2 = 750N$$

Peti súlya 750 N, tömege 75 kg.

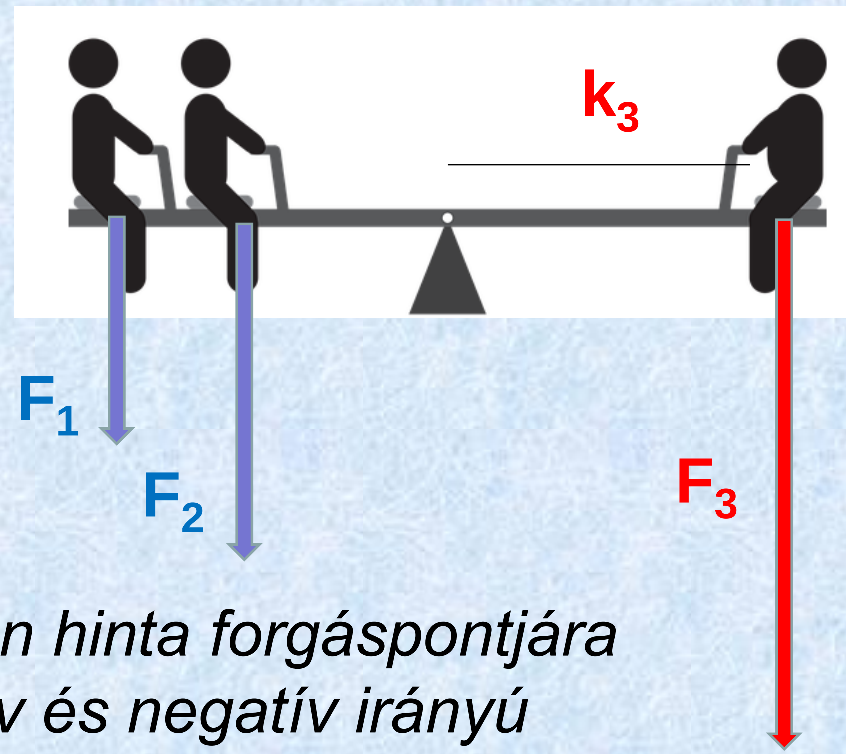
F_1 = 500 N (Kata súlya)
k_1 = 2,1 m
<u>k_2 = 1,4 m</u>
m_2= ?

Az alátámasztásnál (forgáspont) ható erő forgatónyomatéka 0, mert az erőkarja 0.

Feladat

Mérleghinta egyik oldalán a tengelytől 1,5 m távolságban 300 N, 1 m távolságban 450 N súlyú gyerek ül.

Mekkora súlyú gyerek tudná a mérleghintát egyensúlyban tartani a hinta másik oldalán, a tengelytől 1,5 m távolságban?



Egyensúly esetén hinta forgáspontjára vonatkozó pozitív és negatív irányú forgatónyomatékokra igaz, hogy:

$F_1 = 300$ N
$k_1 = 1{,}5$ m
$F_2 = 450$ N
$k_2 = 1$ m
$\underline{k_3 = 1{,}5 \text{ m}}$
$F_3 = ?$

$$F_1 \cdot k_1 + F_2 \cdot k_2 = F_3 \cdot k_3$$

$$300\ N \cdot 1{,}5 m + 450\ N \cdot 1 m = F_3 \cdot 1{,}5\ m$$

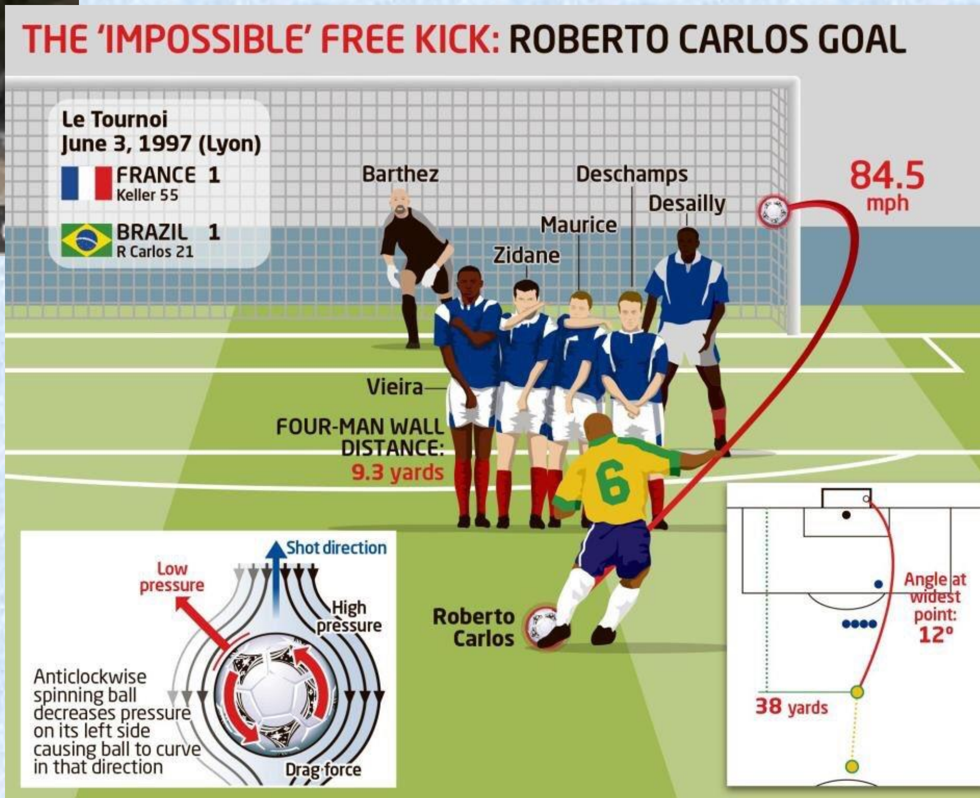
$$900\ Nm = F_3 \cdot 1{,}5\ m$$

$$F_3 = 600\ N$$

Az alátámasztásnál (forgáspont) ható erő forgatónyomatéka 0, mert az erőkarja 0.

Tömegpont és test egyensúlya

Nem mindegy, hogy egy test pontszerű vagy kiterjedt alkzat



Tömegpont

Tömegpont:

Olyan kiterjedés nélküli pontszerű alakzat, amelynek a forgó mozgásától eltekinthetünk.

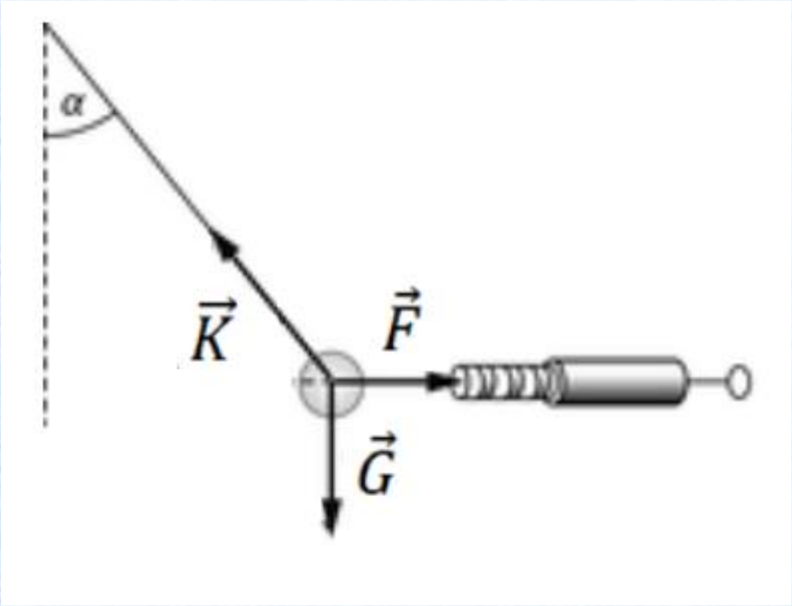
Tömegpont egyensúlya

Tömegpont egyensúlyának feltétele:

A pontra ható verők vektori eredője nulla legyen.

Az ábrán lévő tömegpont esetében:

$$\vec{K} + \vec{F} + \vec{G} = 0$$

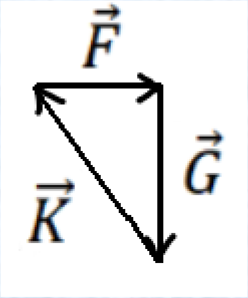


Az ábrán lévő pontszerűnek tekinthető testre három erő hat.
A testre ható erők eredője nulla, a test egyensúlyban van.

Megjegyzés:
Általánosságban jelölve:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$$

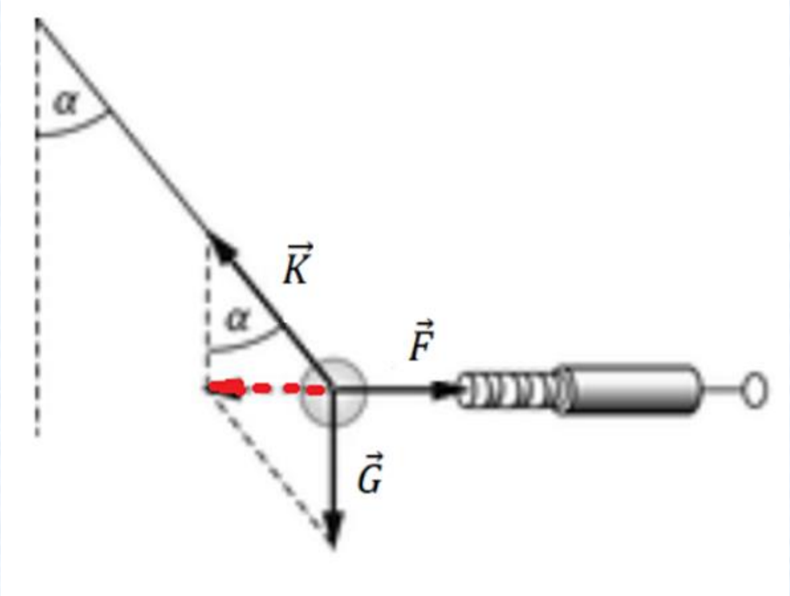
Olvasd: szumma F egyenlő nulla. Jelentése az erők összegezve nullát adnak.



$$\vec{K} + \vec{F} + \vec{G} = 0$$

A három vektort összeadva (egymásba fűzve) az eredő nulla (az első $\vec{K}$ vektor kezdőpontja azonos az utolsó $\vec{G}$ vektor végpontjával).

Tömegpont egyensúlya

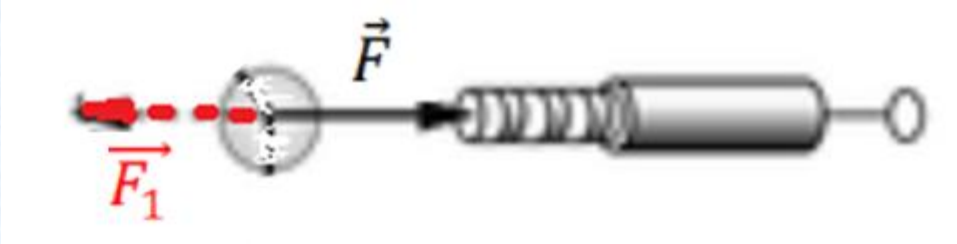


$$\vec{K} + \vec{F} + \vec{G} = 0$$

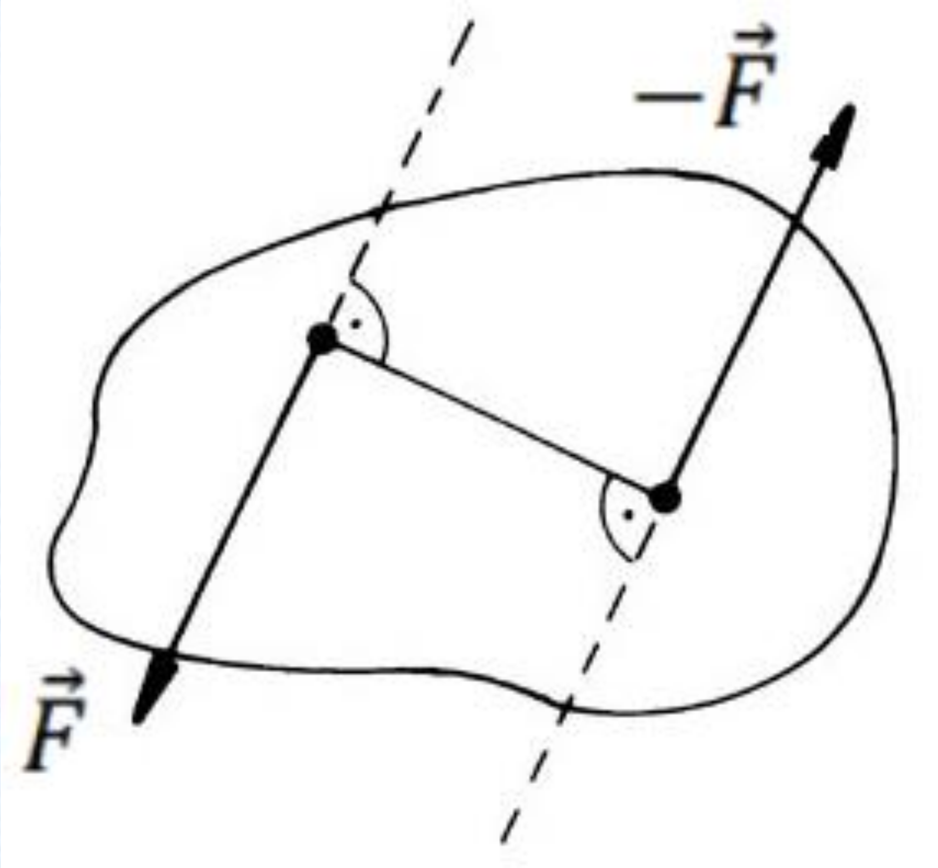
A vektor összeadást két lépésben végrehajtva: $\vec{K}$ és $\vec{G}$ vektorok összege $\overrightarrow{F_1}$

$$\vec{K} + \vec{G} = \overrightarrow{F_1}$$

$\overrightarrow{F_1}$-hez $\vec{F}$-et hozzáadva nulla vektort kapunk. Mert $\vec{F}$ és $\overrightarrow{F_1}$egyenlő nagyságú ellentétes irányú vektorok.



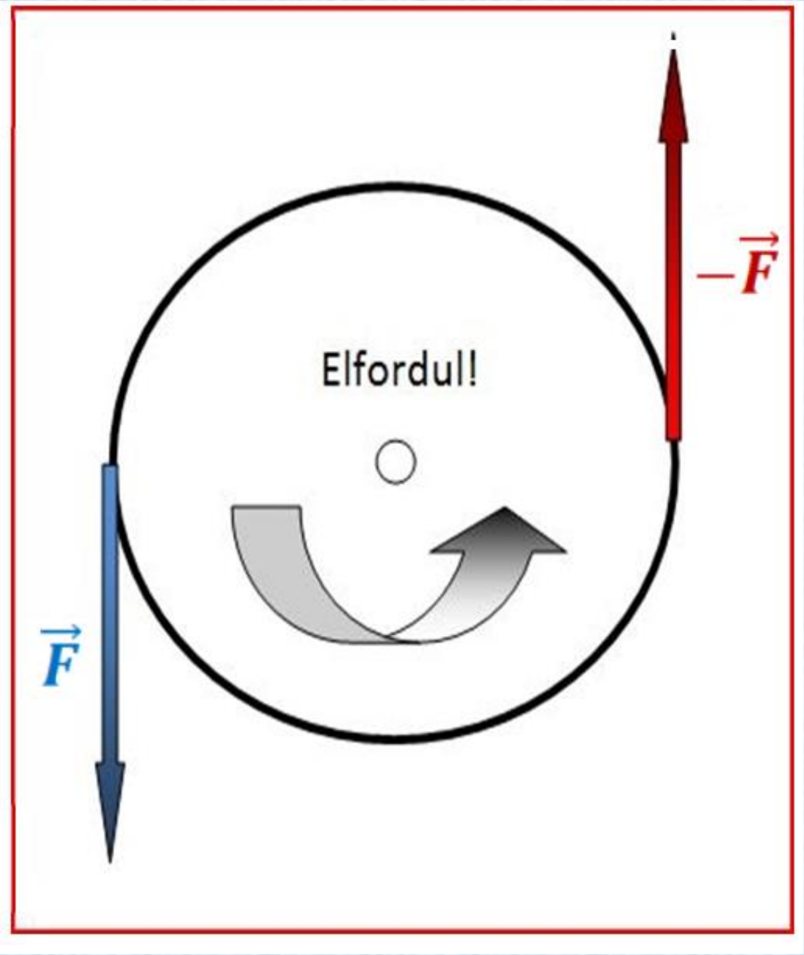
Erőpár



Párhuzamos hatásvonalú, ellentétes irányú, egyenlő nagyságú két erőt erőpárnak nevezünk.

Erőpár forgatónyomatéka

A testre ható erők eredője nulla mégis mozog (elfordul)!



Az ábrán látható testre két egyenlő nagyságú ellentétes irányú erő hat. Erőpár. Ilyen erők hatnak a kormánykerékre, amikor balra fordulunk.

Merev test egyensúlyához nem elegendő, hogy a rá ható erők eredője nulla legyen!

Merev test egyensúlyának általános feltétele

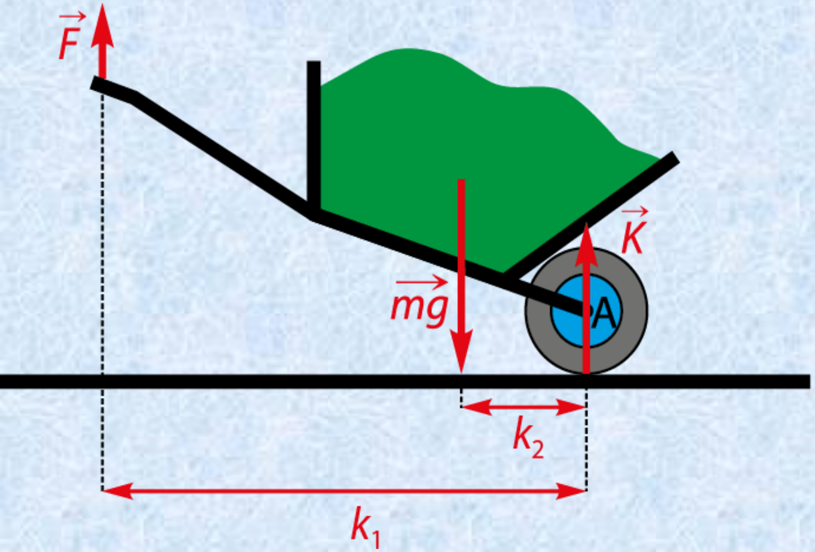
Merev test, akkor van egyensúlyban, ha

- a **rá ható erők eredője nulla** $\boldsymbol{\Sigma\vec{F} = \vec{0}}$, és

- a merev test bármely pontjára nézve a **rá ható erők forgatónyomatékainak összege is nulla,** $\boldsymbol{\Sigma M = 0}$.

Feladat

az egyensúlyi feltételek hangsúlyozásával:



A talicska, mint merev test egyensúlyban van, ha teljesül rá a következő két feltétel:

1) $\vec{F} + \vec{G} + \vec{K} = \mathbf{0}$ másképp: $\Sigma\vec{F} = \mathbf{0}$

2) $\Sigma M = \mathbf{0}$

Algebrailag:

1) $0 = F + K - G$

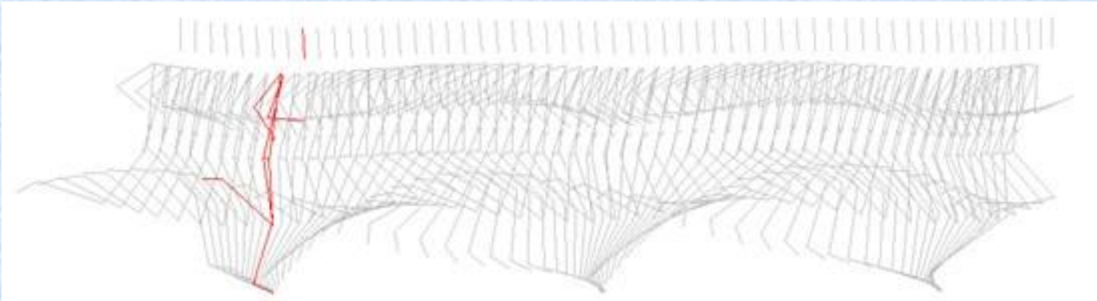
2) $0 = G \cdot k_2 - F \cdot k_1 + K \cdot 0$

$$F = \frac{G \cdot k_2}{k_1} = \frac{20kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5m}{1{,}5m}$$

F=66,66N

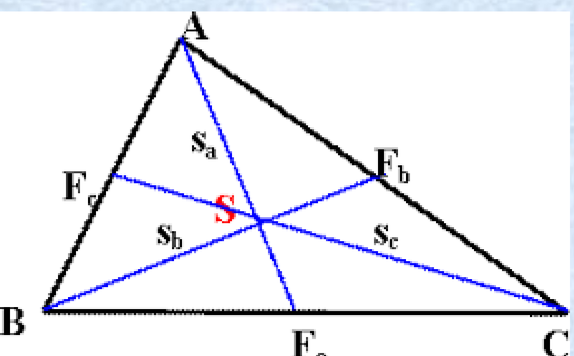
Mekkora erővel tudjuk felemelni a 20 kg tömeggel megrakott talicskát, ha k_1=1,5 m, k_2= 0,5 m? A talicska tömegétől tekintsünk el.

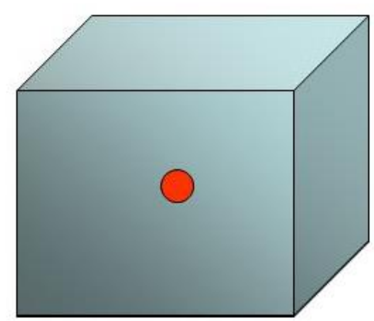
Az alátámasztásnál (forgáspont) ható K erő forgatónyomatéka 0, mert az erőkarja 0.



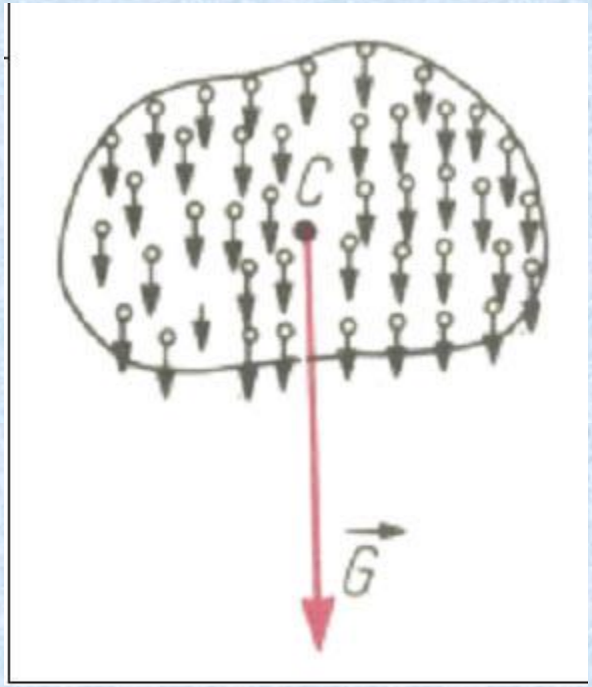
Tömegközéppont

(súlypont)



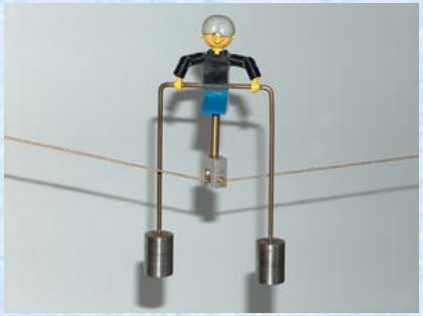


Merev testek tömegközéppontja

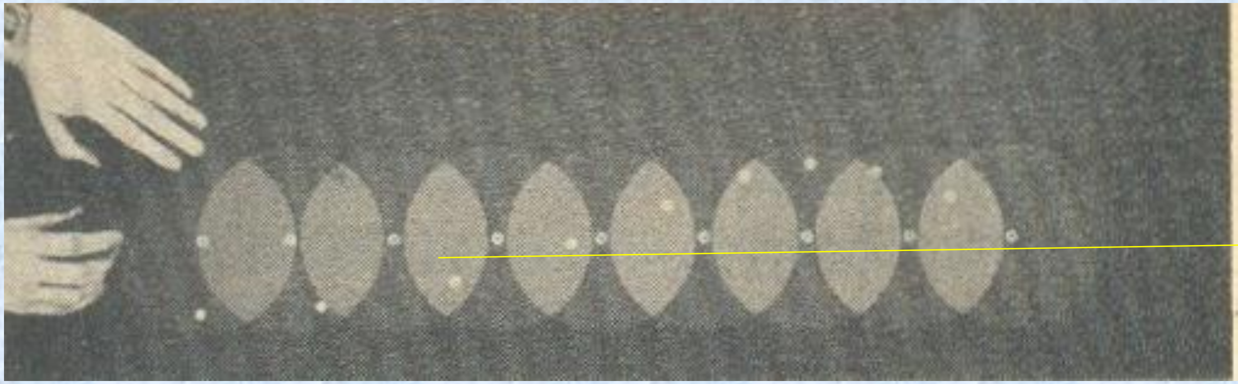


Tömegközéppont:

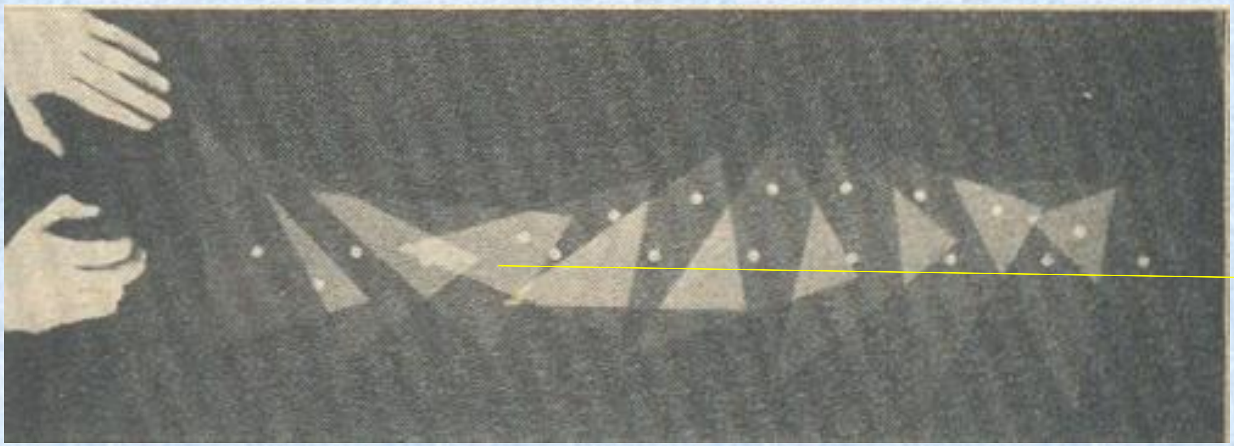
A fizikában egy részekből álló rendszer tömegközéppontja **az a nevezetes pont**, mely sok szempontból **úgy viselkedik, mintha a rendszer tömege ebbe a pontba volna koncentrálva**.

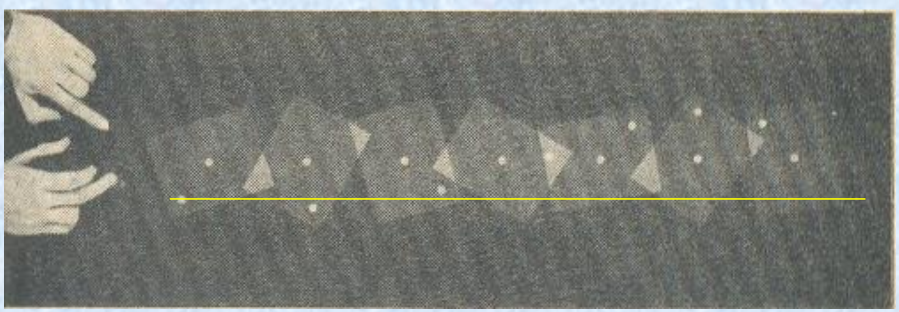


Tömegközéppont mozgása



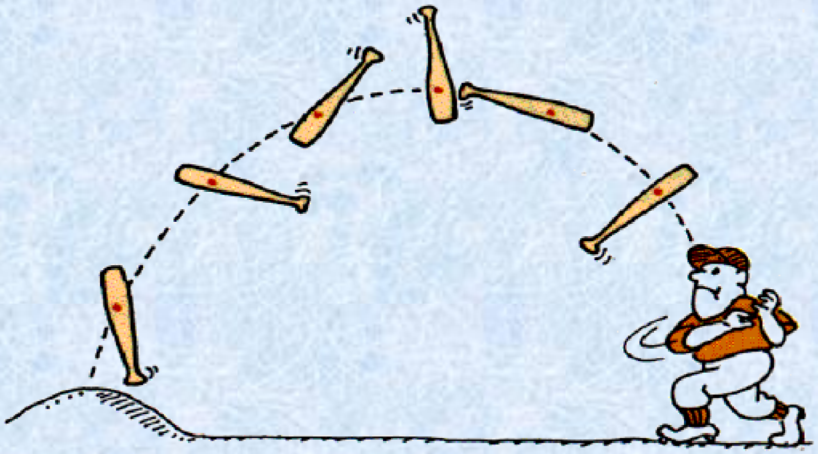
Légpárnás asztalon a testek súrlódás nélkül mozognak.
Ilyen testekről készültek a stoboszkópos kísérletek.

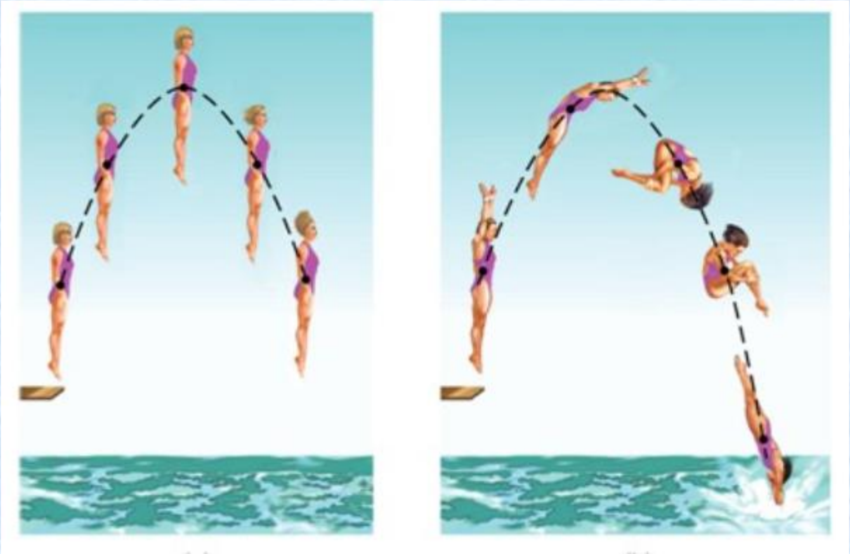


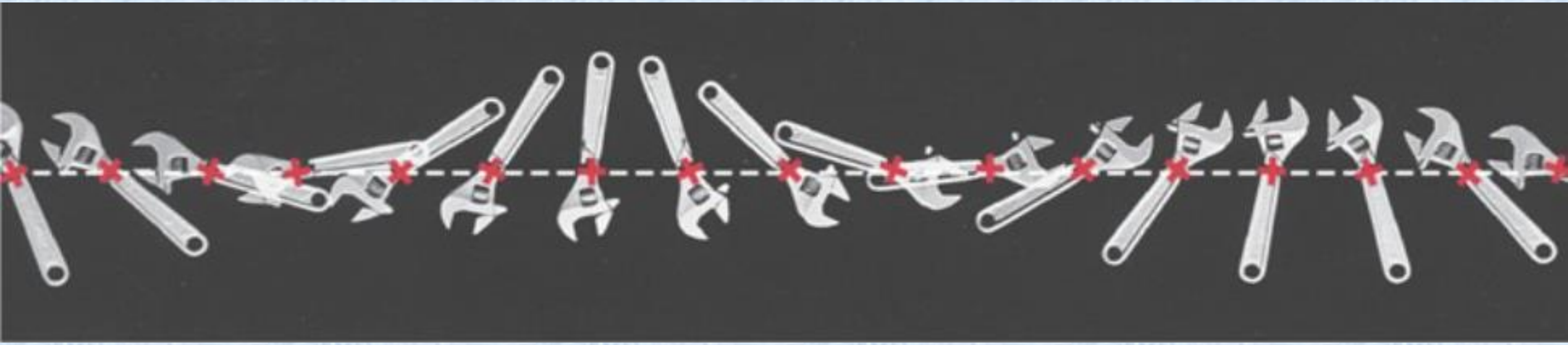


Tapasztalat: Minden testnek van olyan pontja, amely állandó sebességgel mozog, amíg a test magára van hagyva. Ez a tömegközéppont.

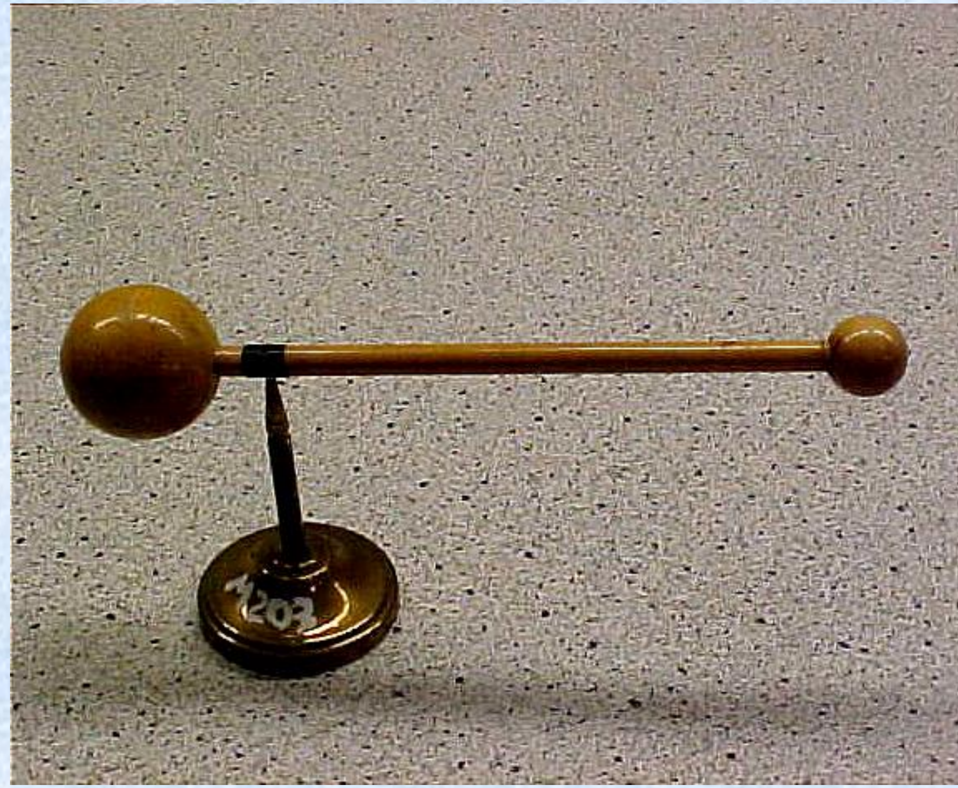
Tömegközéppont mozgása





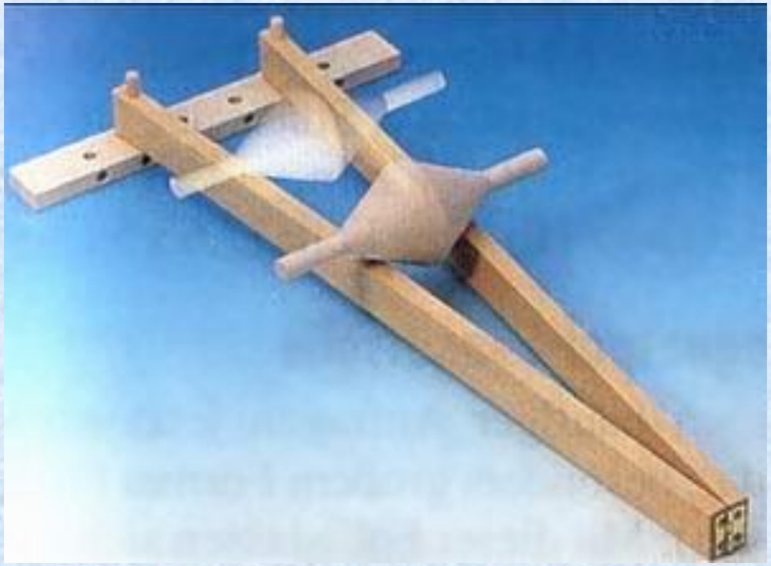


A tömegközéppontjában (súlypontjában) felfüggesztett vagy alátámasztott test egyensúlyban marad.



Érdekesség

Lejtőn felfelé mozgó kettőskúp



A kettőskúp két egybevágó kúp, amelyeket az alaplapjuknál összeillesztettek (pl. ragasztottak). A testek általában a lejtő tetejéről lefelé, a lejtő alja irányában mozognak.

Ha egy kettőskúpot helyezünk egy lejtőre, nem mindennapi jelenséget tapasztalhatunk. El tudunk érni olyan helyzetet, hogy a megszokottal ellentétben, a kettőskúp a lejtőn felfelé kezd el mozogni.

Érdekesség

Égitestek tömegközéppontja (baricentrum)

Baricentrum (a görög βαρύκεντρον-ból) az két égitest (például bolygó és holdja, kettőscsillag) közös tömegközéppontja, amely körül két vagy több égitest kering.

Ha egy hold kering egy bolygó körül, vagy egy bolygó kering egy csillag körül, mindkét égitest ténylegesen ugyanazon pont körül kering, mely pont nem esik egybe a legnagyobb test középpontjával.

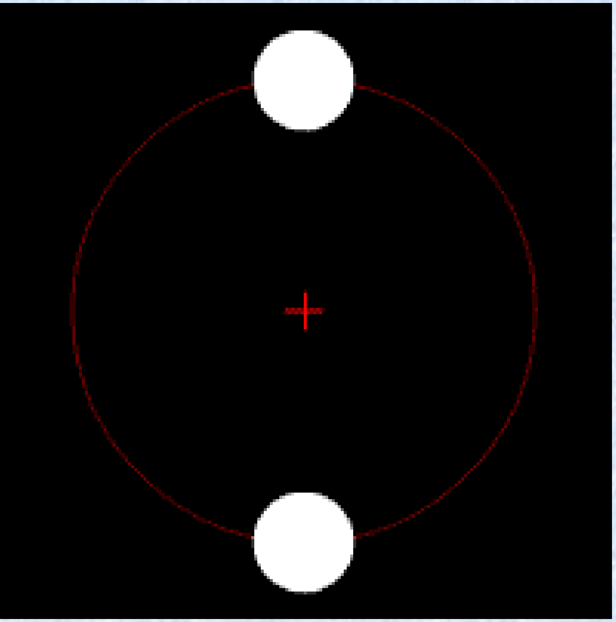
A mi Holdunk nem a Föld pontos középpontja körül kering, hanem egy olyan pont körül ami a Föld középpontján kívül esik. A baricentrum mindkét test elliptikus pályájának egyik fókusza.

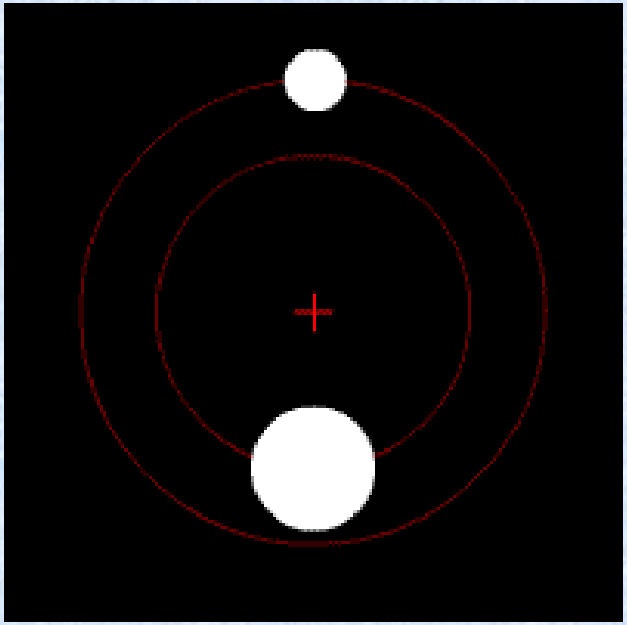
Ez az asztrofizikának és asztronómiának fontos fogalma

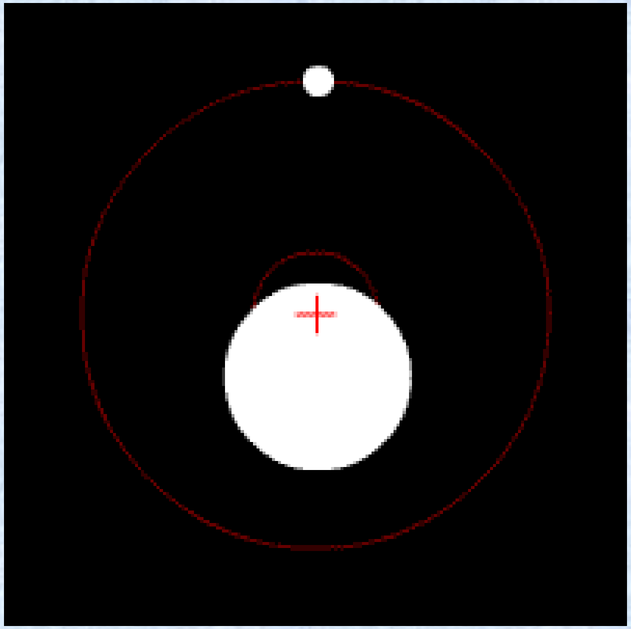
Forrás: https://hu.wikipedia.org/wiki/Tömegközéppont

Érdekesség

Égitestek keringése a tömegközéppontjuk körül (animáció)





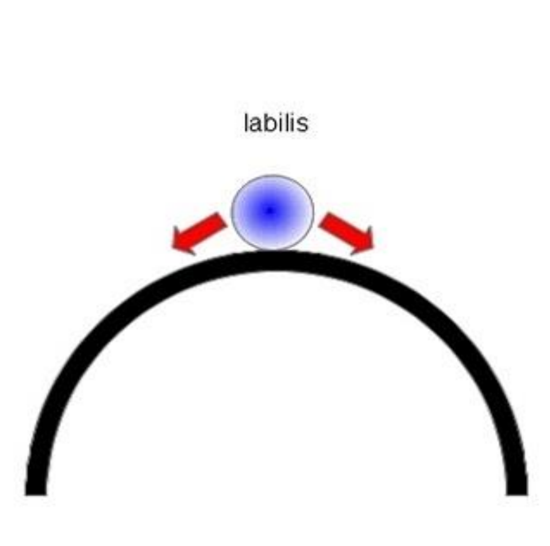


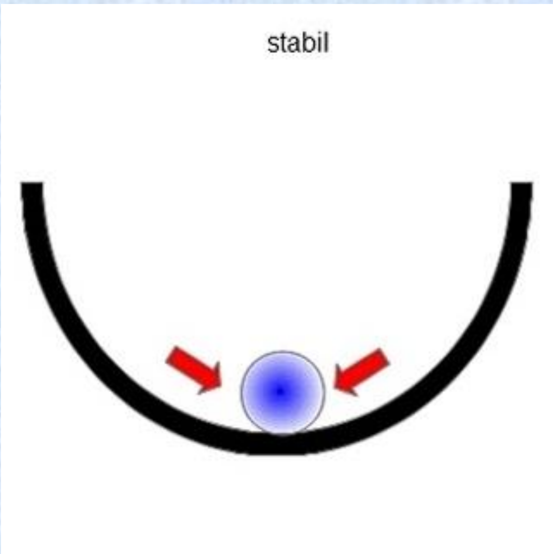
Hasonló tömegű két test kering a közös baricentrum körül.

Eltérő tömegű két test kering közös baricentrumuk körül, mint például a Plútó-Charon rendszer.

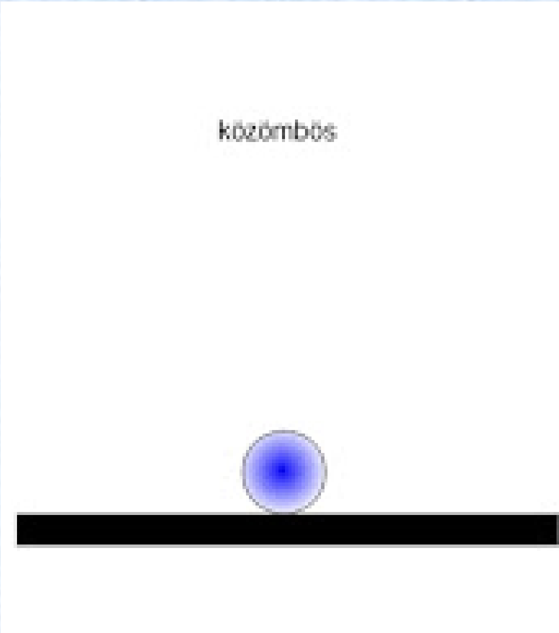
Jelentősen eltérő tömegű két test kering a közös baricentrum körül (hasonló a Föld-Hold rendszerhez)

Forrás: https://hu.wikipedia.org/wiki/Tömegközéppont

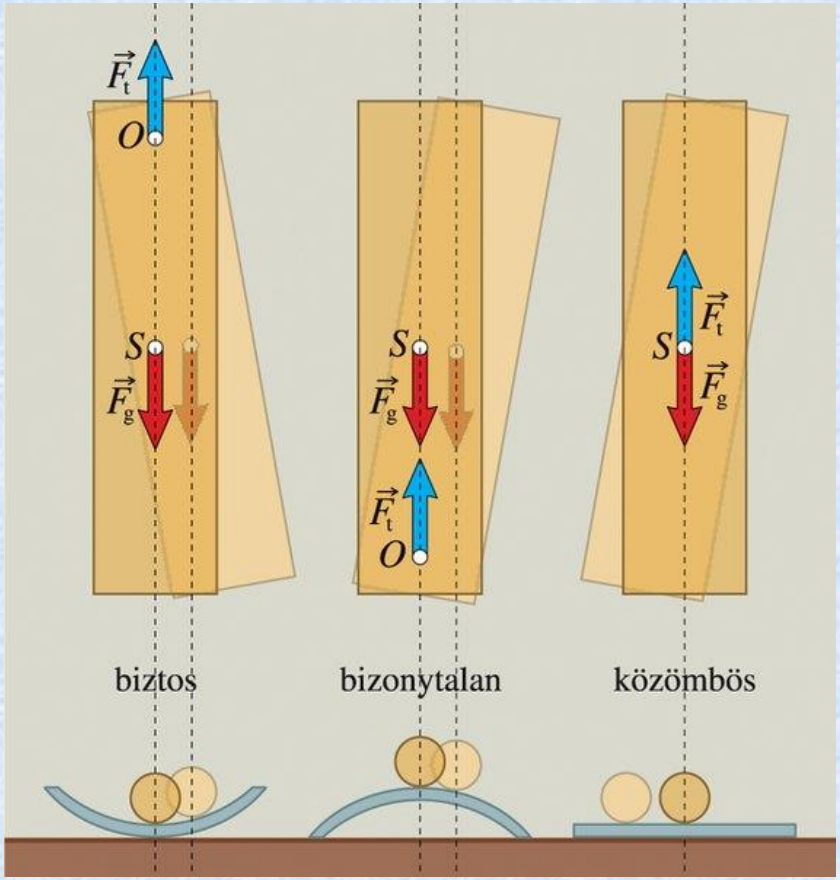




Egyensúlyi helyzetek

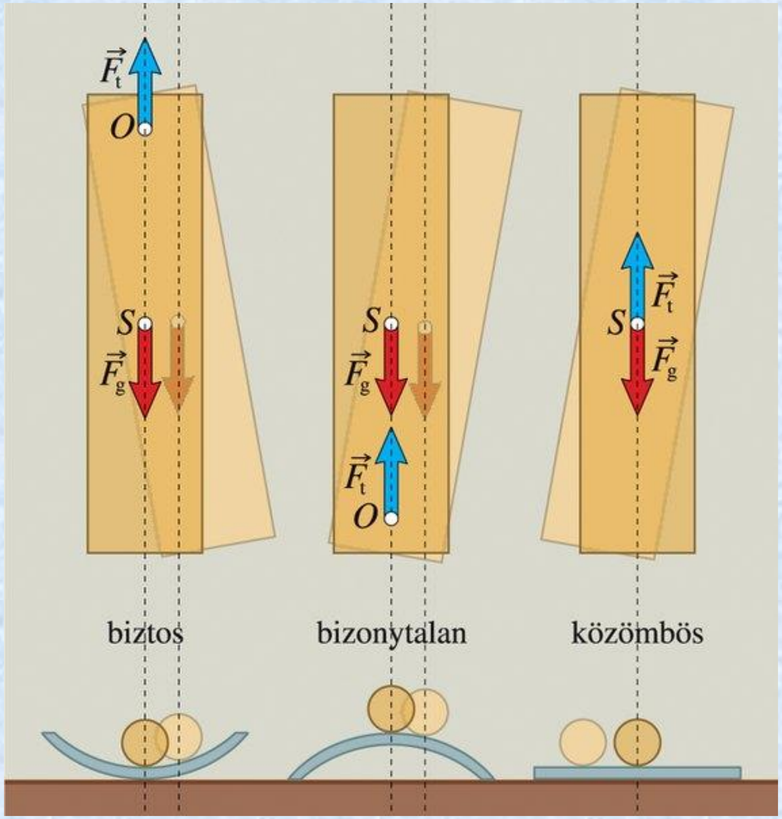


Biztos (stabilis) egyensúlyi helyzet



- **Biztos egyensúlyi helyzetben** a test tömegközéppontja (S) alacsonyabban van, mint bármely szomszédos helyzetben.
- **Kimozdításkor a test tömegközéppontját emelni kell.**

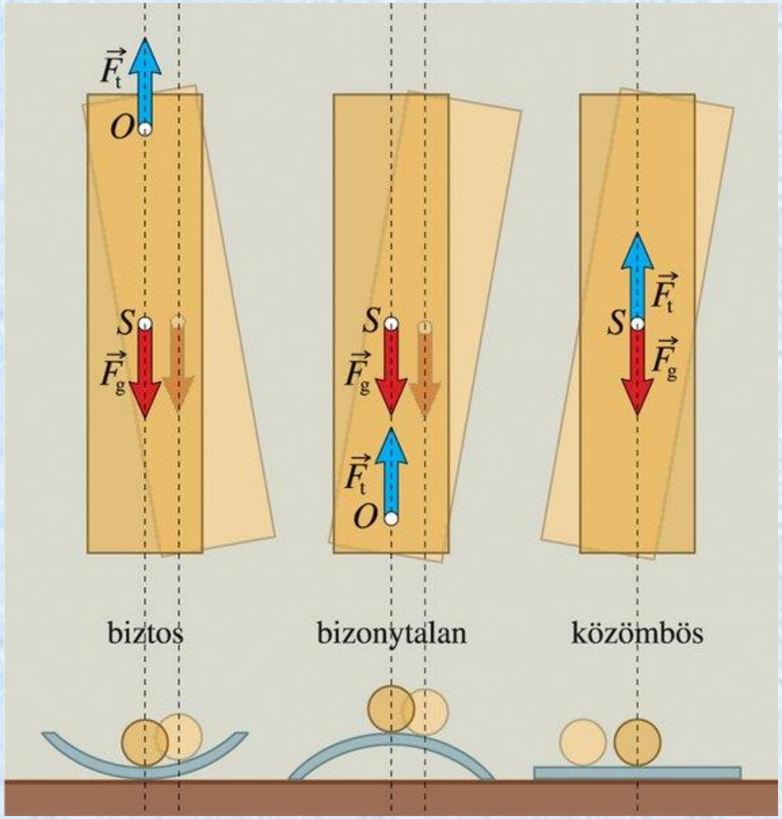
Közömbös (indifferens) egyensúlyi helyzet



Közömbös egyensúlyi helyzetben

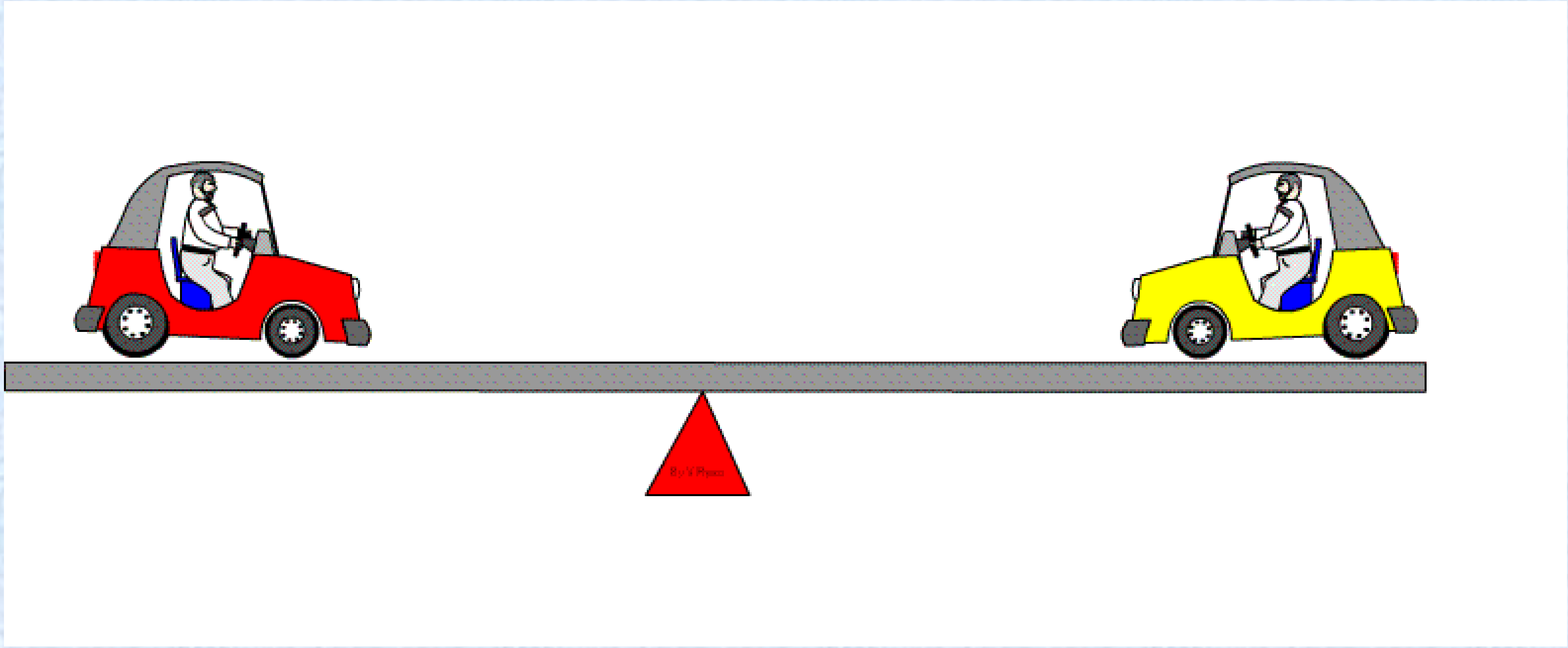
a test kimozdítása közben a tömegközéppont (S) változatlan magasságban marad.

Bizonytalan (labilis) egyensúlyi helyzet



- **Bizonytalan egyensúlyi helyzetben** a test súlypontja magasabban van, mint bármely szomszédos helyzetben.
- **Kimozdításkor a tömegközéppont (S) alacsonyabbra kerül.**





Az egyensúlyi helyzet megbontása a mozgás alapvető feltétele