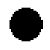
Dinamika alapjai
I. Rész
Lendület lendületmegmaradás

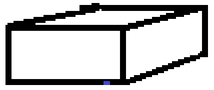
MA DG 2020

Tömegpont, tömegpont rendszer

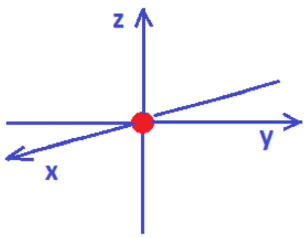
A tömegpont olyan kiterjedés nélküli tömeggel rendelkező alakzat, amelynek forgó mozgásától eltekinthetünk.

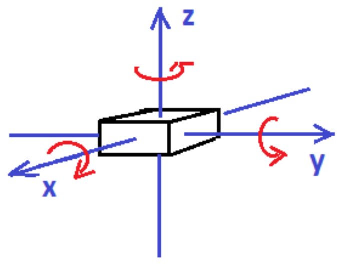


Merev test (tömegpont rendszer): Olyan tömeggel rendelkező alakját nem változtató alakzat, amelynek forgó mozgásától már nem tekinthetünk el.



Szabadsági fok: Egymástól független mozgáslehetőségek száma, amelyek segítségével egy test mozgása leírható.

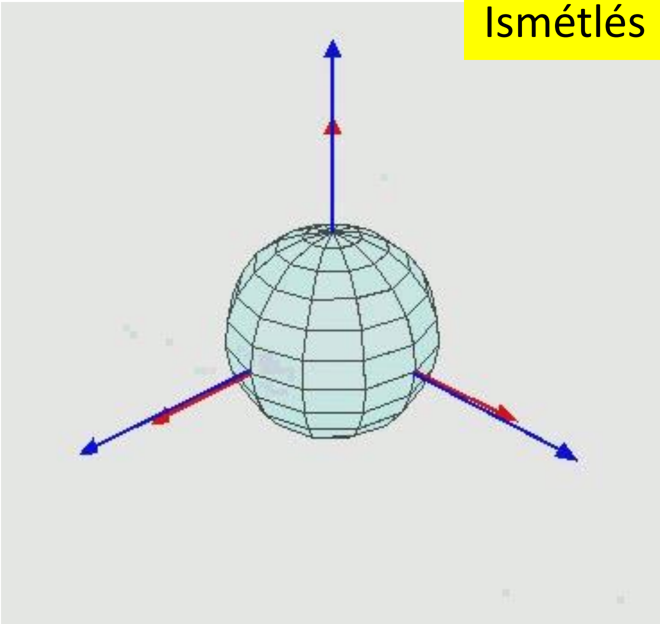


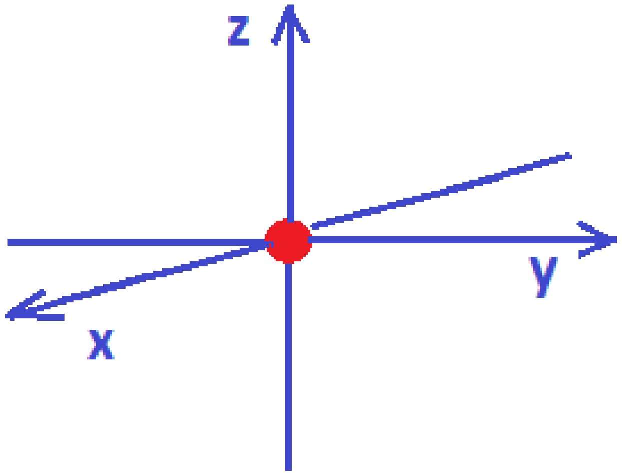


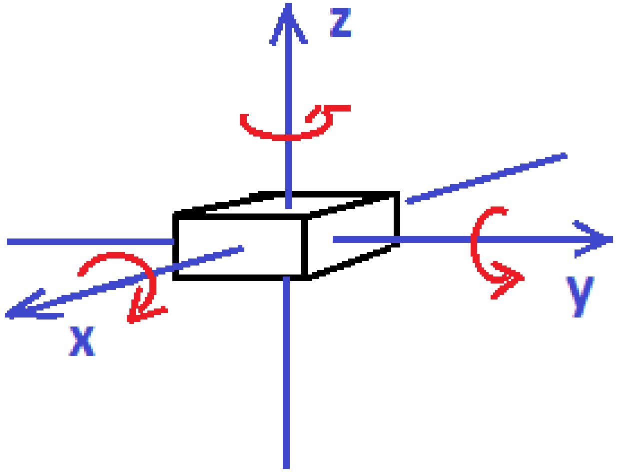
A későbbiekben látni fogjuk, hogy nem mindegy, hogy egy testet pontszerűnek vagy kiterjedt alakzatnak tekintünk. Ha ez nincs külön kiemelve, akkor az esetek többségében - az egyszerűség kedvéért - **pontszerűnek tekintjük** a testeket, azaz a forgó mozgástól eltekintünk.

Szabadsági fok

Ismétlés







Tömegpont szabadsági fokainak a száma: 3 (csak haladó mozgást végezhet)

Merev test szabadsági fokainak száma: 6 (haladó és forgó mozgást is végezhet)

Erő fogalma

Ismétlés: **A korábbi tanulmányok során az alábbi módon határoztuk meg az erő fogalmát:**

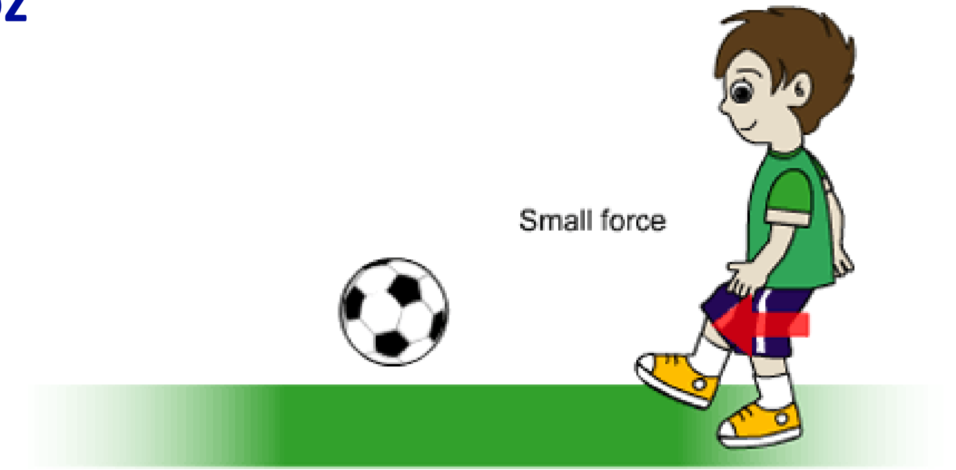
Test és környezete közötti olyan kölcsönhatást, amely alak- vagy mozgásállapot-változást okoz erőhatásnak nevezzük. Az erőhatás mértékét erőnek nevezzük.

Az erő jele: *F* .

Az erő jele a szó angol megfelelőjenek (force) kezdő betűjéből származik.

Az erő mértékegysége: newton (jele: N)

1 N = 1 $\frac{kgm}{s^2}$



A későbbiekben mozgásállapot-változtató hatás lesz az, amivel részletesebben foglalkozunk.

Lendület

A lendület (impulzus) a test **tömegének és sebességének szorzata** a test mozgásállapotát dinamikai szempontból jellemző fizikai mennyiség.

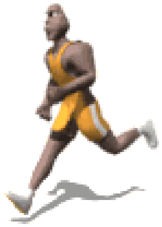
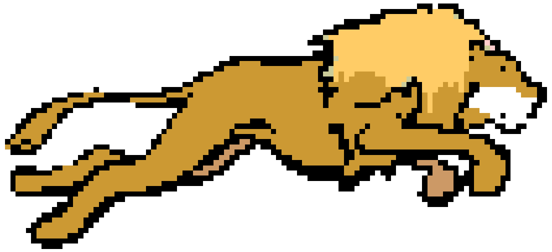
Jele: I (gyakran: p)

Mértékegysége: $\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

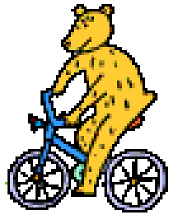
$$I = \mathrm{m} \cdot \mathrm{v}$$

A lendület **vektormennyiség,** iránya megegyezik a test mozgásának irányával.

Nem mindegy, hogy egy mozgó test mekkora a tömegű és hogy mekkora a sebesége



Realika animációja

Feladatokhoz

Az egyszerűség kedvéért egyelőre csak egy egyenes mentén történő mozgásokat vizsgálunk.

1. Feladat

Egy 50 kg tömegű kiskocsi 36 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ állandó sebességgel halad.

a) Mekkora a lendülete ?

b) Mennyi lesz a lendületváltozás, ha a sebessége 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ - ra növekszik?

A lendületek nagyságát $\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$ – ban adjuk meg.

Adatok:

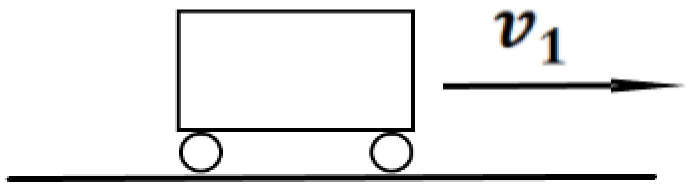
m = 50 kg

$$v_1 = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s}$$

$$v_2 = 54\frac{km}{h} = 15\frac{m}{s}$$

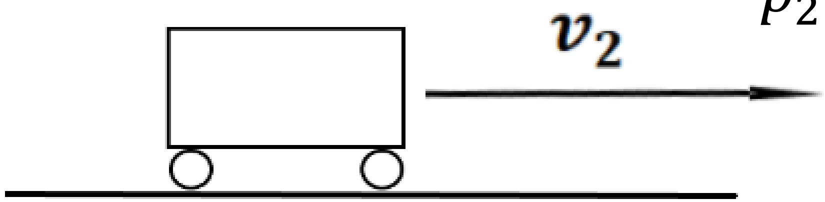
$$p_1 = ?$$

$$\Delta p = ?$$



$$p_1 = m \cdot v_1$$

$$p_1 = 50kg \cdot 10\frac{m}{s} = 500\frac{kg \cdot m}{s}$$



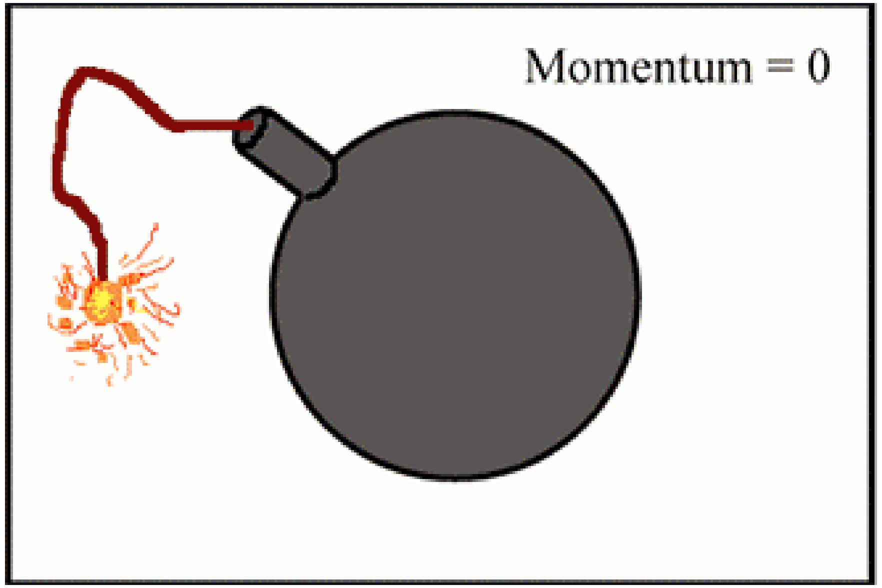
$$p_2 = m \cdot v_2$$

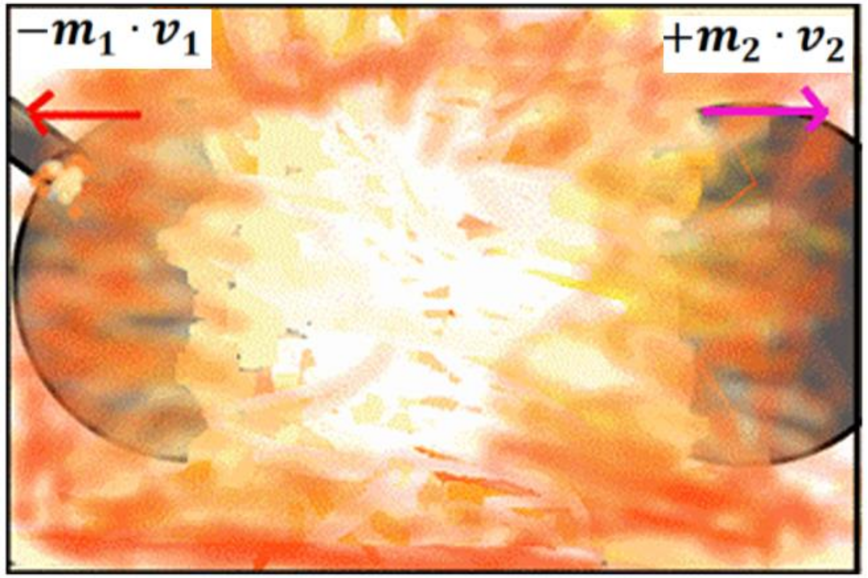
$$p_2 = 50kg \cdot 15\frac{m}{s} = 750\frac{kg \cdot m}{s}$$

Lendületváltozás: $\Delta p = p_2 - p_1 = 250\frac{kg \cdot m}{s}$

Lendületmegmaradás

A zárt rendszer, egy olyan feltételezett rendszer, **ahol** csak a rendszert alkotó testek egymásra gyakorolt hatása érvényesül, **a környezet hatása elhanyagolható.**





A bomba kezdeti lendülete nulla volt. A rendszer szétrobbant darabjainak együttes lendülete a robbanás után továbbra is nulla lesz.

Zárt rendszert alkotó testek lendületének összege állandó.

A lendület vektormennyiség. Ha nem egy egyenes mentén történő mozgásokat vizsgálunk, akkor ezt mindenképpen figyelembe kell venni!

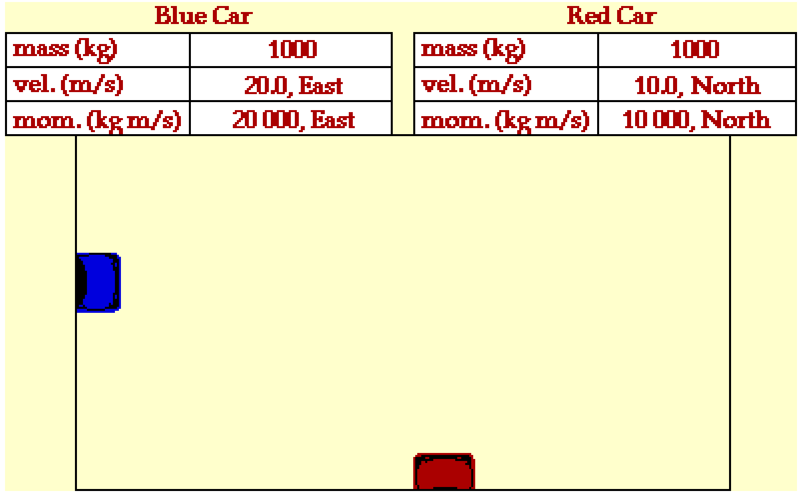
Kiegészítés

A lendület vektormennyiség!

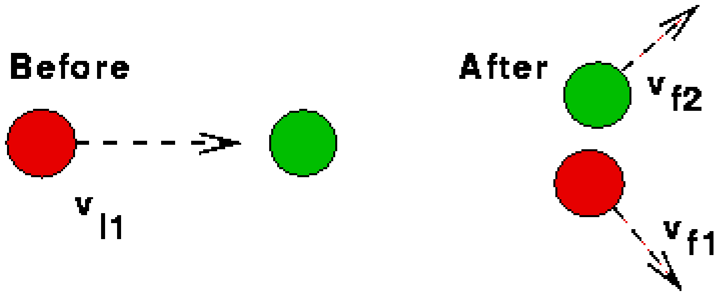
(Nagysága és iránya jellemzi.)

Lendületmegmaradás:

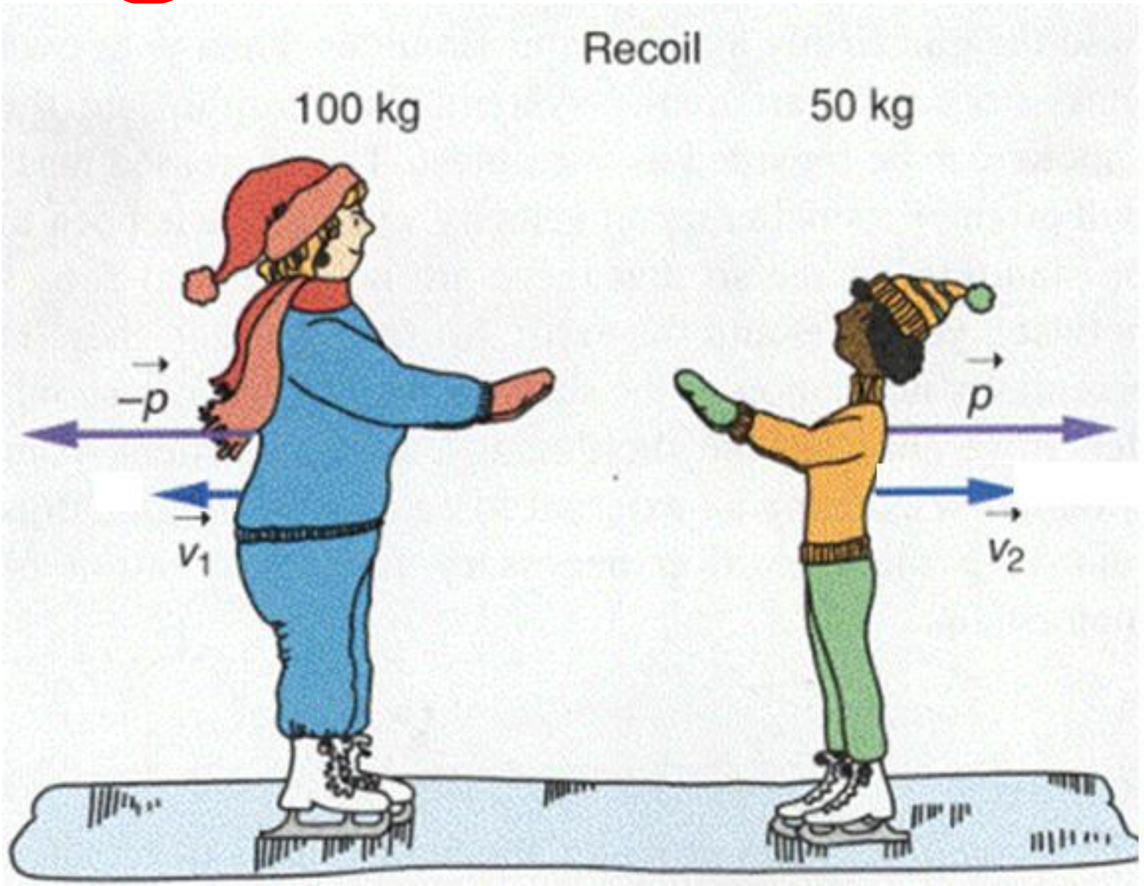
Zárt rendszerben a testek kölcsönhatás előtti lendületeinek vektori összege megegyezik a kölcsönhatás utáni lendületeik vektori összegével.



Blue Car		Red Car	
mass (kg)	1000	mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0, East	vel. (m/s)	10.0, North
mom. (kg m/s)	20 000, East	mom. (kg m/s)	10 000, North

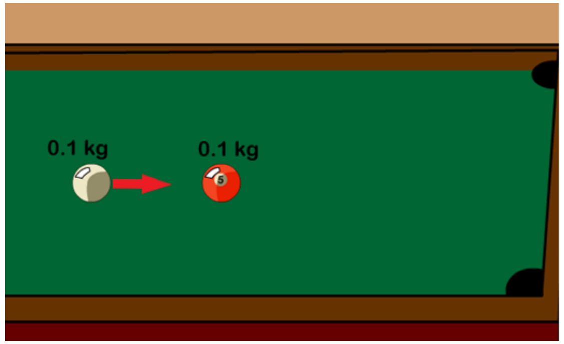


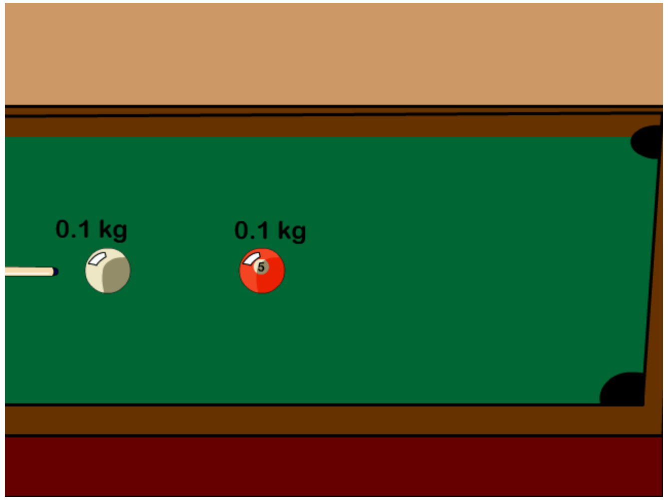
Lendületmegmaradás

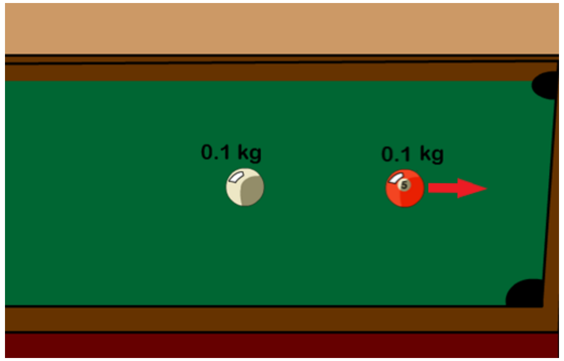


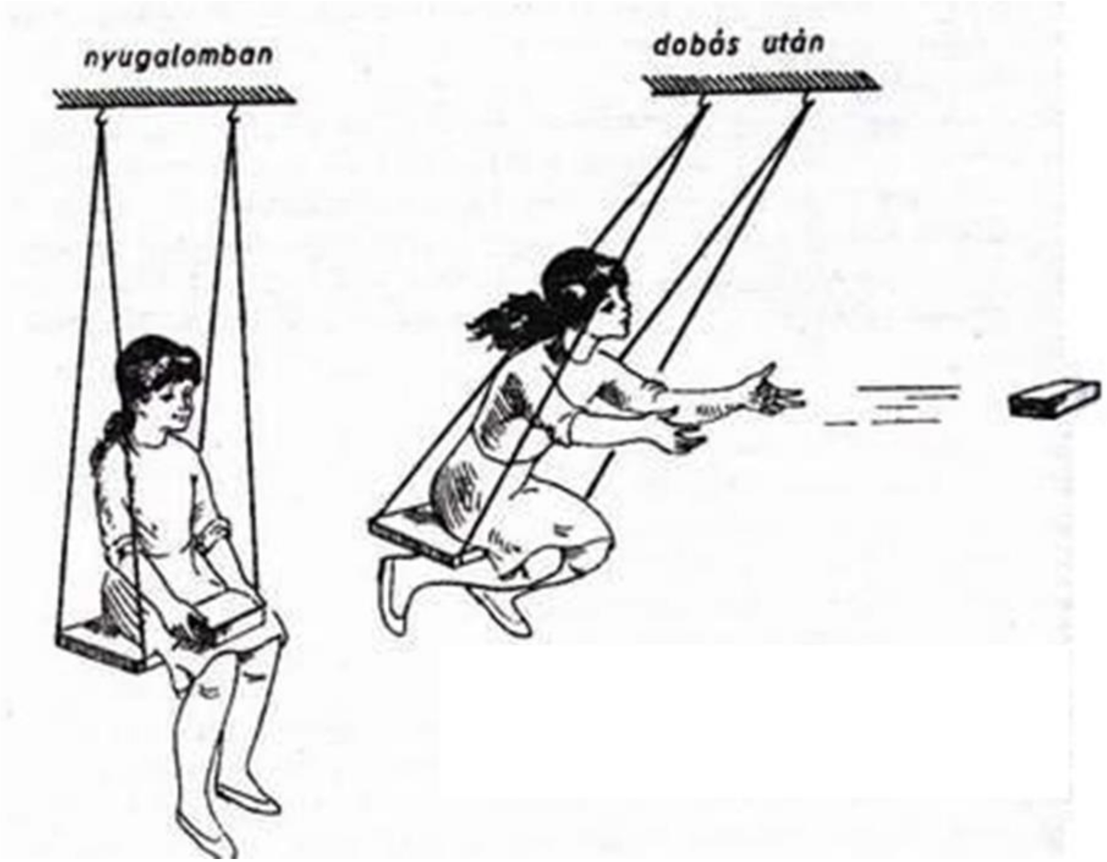
A két korcsolyázó lendülete kezdetben nulla. Amikor szétlökik egymást (nincs külső beavatkozás) a lendületük (irányokat figyelembe vett) összege továbbra is nulla marad (p vektor nagysága egyenlő –p vektor nagyságával). A kétszer nagyobb tömegű gyerek sebessége fele lesz a másik gyerek sebességének.

Lendületmegmaradás









Az animáció is mutatja, hogy a balról v sebességgel érkező vele azonos tömegű, álló golyóval rugalmasan ütköző golyó megáll, a másik golyó viszont v-vel továbbhalad. A két golyóból álló rendszer összes lendülte nem változik az ütközés után sem.

A kislány és a könyv együttes lendülete a könyv eldobása után is nulla marad.

Lendületmegmaradás szemléltetése a lendületvektorokkal

Kiegészítés

Az animáció két pénzérme ütközését szemlélteti. A balról jövő érme ütközik az álló érmével (lendülete piros nyíllal szemléltetve). Ezután mind a két érme mozog és az együttes lendületük (egyiké és másiké is kék nyíllal szemléltetve) vektori összege megegyezik a kezdeti lendület vektoréval (piros nyíl).

2. Feladat

Egy ágyú 800 m/s sebességgel lő ki egy 5 kg tömegű lövedéket. Mekkora sebességgel rúg vissza az ágyú, ha tömege a lövedék nélkül 100 kg?

Elmélet: A kezdeti lendület nulla. A mozgások irányát figyelembe véve ugyanennyi lesz a lövés után is!

A lövedék lendülete a lövés után: $I_L = m_L \cdot v_L$, az ágyú lendülete, amely ezzel ellentétes (negatív) irányú: $I_Á = m_Á \cdot v_Á$.

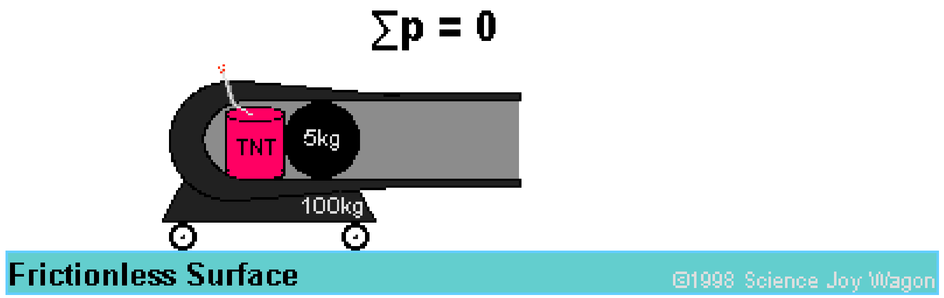
Adatok:

$$m_L = 5\,\mathrm{kg}$$

$$m_Á = 100\,\mathrm{kg}$$

$$v_L = 800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_Á = ?$$



Képlet:

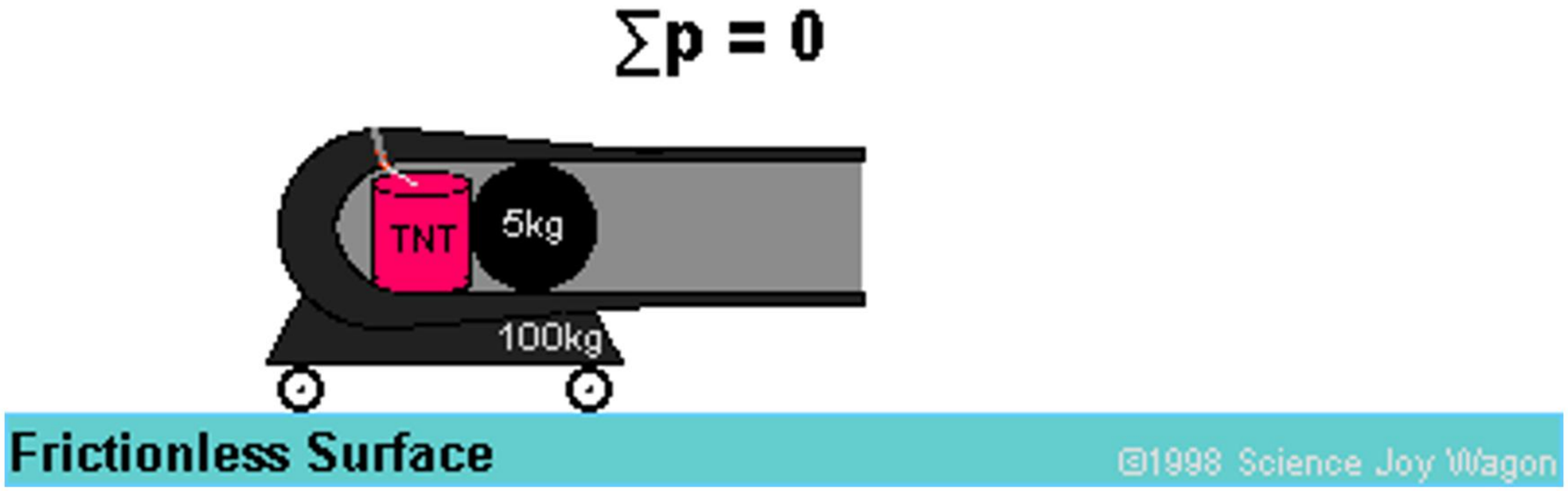
$$m_L \cdot v_L - m_Á \cdot v_Á = 0$$

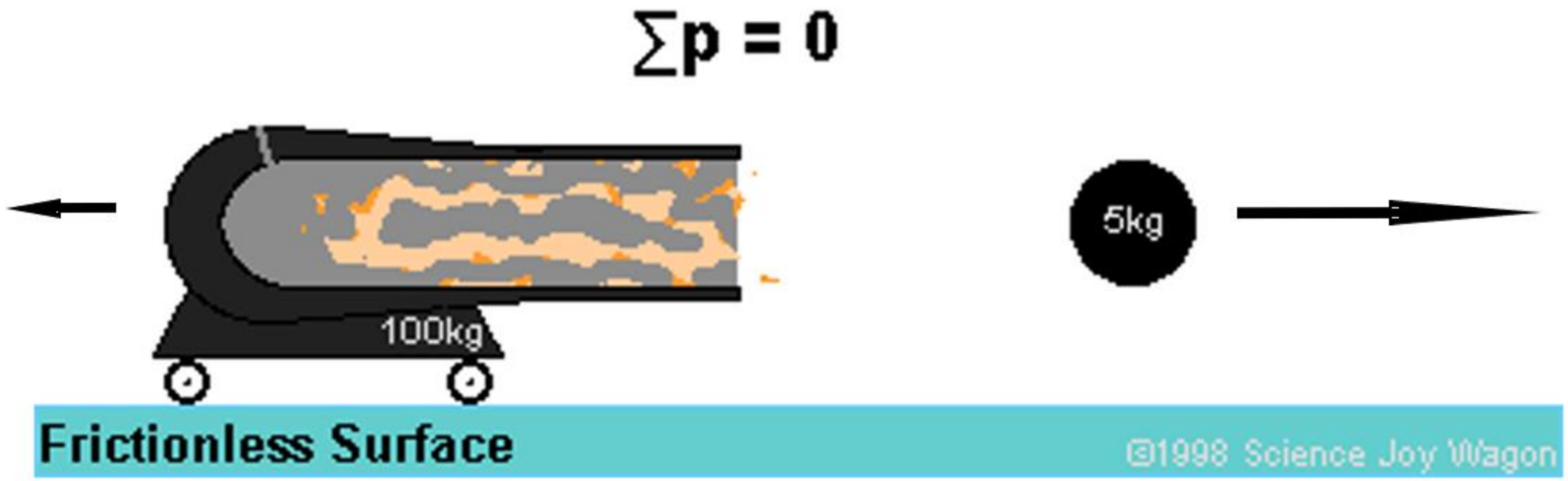
$$m_L \cdot v_L = m_Á \cdot v_Á \quad \Rightarrow v_Á = \frac{m_L \cdot v_L}{m_Á}$$

Számolás:

$$v_Á = 800\,\frac{m}{s} \cdot \frac{5\,\mathrm{kg}}{100\,\mathrm{kg}} = 40\,\frac{m}{s}$$

Válasz: Az ágyú 40 m/s sebességgel rúg vissza.


∑p = 0
TNT
5kg
100kg
Frictionless Surface
©1998 Science Joy Wagon


∑p = 0
5kg
100kg
Frictionless Surface
©1998 Science Joy Wagon

3. Feladat

Egy puska 800 m/s sebességgel lő ki egy 30 g tömegű lövedéket. Mekkora sebességgel rúg vissza a puska, ha tömege a lövedék nélkül 6 kg?

Elmélet:

A kezdeti lendület nulla. A mozgások irányát figyelembe véve ugyanennyi lesz a lövés után is!

Adatok:

$$m_l = 30\,\mathrm{g} = 0{,}03\,\mathrm{kg}$$

$$m_p = 6\,\mathrm{kg}$$

$$v_l = 800\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Képlet:

$$m_l \cdot v_l - m_p \cdot v_p = 0$$

$$m_l \cdot v_l = m_p \cdot v_p \quad \Rightarrow v_p = v_l \cdot \frac{m_l}{m_p}$$

Számolás:

$$v_p = 800\,\frac{m}{s} \cdot \frac{0{,}03\,\mathrm{kg}}{6\,\mathrm{kg}} = \frac{8 \cdot 3}{6}\,\frac{m}{s} = 4\,\frac{m}{s}$$

Válasz:

A puska 4 m/s sebességgel rúg vissza.

4. Feladat

Mekkora sebességre gyorsul fel az 50 kg tömegű rakéta, ha belőle 1 kg tömegű üzemanyag 25000 m/s sebességgel áramlik ki?

Elmélet:

A kezdeti lendület nulla. A mozgások irányát figyelembe véve ugyanennyi lesz a rakéta kilövése után is!

A rakéta lendülete a lövés után: $I_r = m_r \cdot v_r$, a kiáramló üzemanyag lendülete, amely ezzel ellentétes (negatív) irányú: $I_ü = m_ü \cdot v_ü$.

Adatok:

$m_r = 50\ \text{kg}$

$m_ü = 1\ \text{kg}$

$v_ü = 25000\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Képlet:

$$m_r \cdot v_r - m_ü \cdot v_ü = 0$$

$$m_r \cdot v_r = m_ü \cdot v_ü \Rightarrow v_r = v_ü \cdot \frac{m_ü}{m_r}$$

Számolás:

$$v_r = 25000 \frac{m}{s} \cdot \frac{1\text{kg}}{50\text{kg}} = \frac{25000}{50} \frac{m}{s} = 500 \frac{m}{s}$$

Válasz:

A rakéta sebessége 500 m/s sebességre gyorsul.

5. Feladat

Mennyi lesz a 20 méter magasról leejtett, 3 kg tömegű golyó lendülete földre érkezésekor?

Adatok:

h= 20 m

g= 10 m/s2

m= 2 kg

I = ?

Megoldás:

A golyó $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20m}{10\frac{m}{s^2}}} = 2\ s$

alatt ér a földre

ekkor a sebessége:

$$v = g \cdot t = 10\frac{m}{s^2} \cdot 2\ s = 20\frac{m}{s}$$

Innen a golyó lendülete leérkezéskor:

$$I = m \cdot v = 3\ kg \cdot 20\frac{m}{s} = 60\frac{kg \cdot m}{s}$$

Gondolkodtató kérdések

Kérdés: Egy locsolóautó változatlan sebességgel mozog, miközben portalanítja az úttestet. Változik-e a lendülete?

Válasz: Igen, mert a lendület a sebesség és a tömeg szorzata, és locsolás közben csökken az autó tömege.

Kérdés: Megváltozik-e a Föld lendülete egy magasugró elrugaszkodása közben?

Válasz: A lendületmegmaradás törvénye szerint igen, de ez nem érzékelhető a tömegek aránya miatt. A magasugró tömege elhanyagolható a Föld tömegéhez képest.