

Munka, energia



Problémák a munka értelmezésével kapcsolatban



Az emberiséget ősidők óta
két dolog foglalkoztatja:

1. Ki találta fel a munkát?
2. A többiek miért nem
verték agyon?!

www.kecskefeszek.hu

A munka élteti az
embert, de a pihenés
sem ölt még
meg
senkit!:)



bohokas.hu

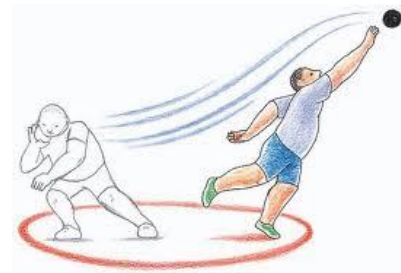


Ok, de mit is nevezünk munkának?

Mechanikai munka



Fizikai értelemben akkor történik munkavégzés, ha egy testre erő hat, és ennek következtében a test **az erő irányába elmozdul**. Pl.: egy testet függőleges irányban állandó sebességgel felemelünk.



Ha az erő és az elmozdulás egymásra merőleges, akkor fizikai értelemben **nem történik munkavégzés**. Pl.: ha egy súlyzót függőlegesen tartunk, és úgy sétálunk vagy állunk, akkor sem a tartóerő, sem a nehézségi erő nem végez munkát.

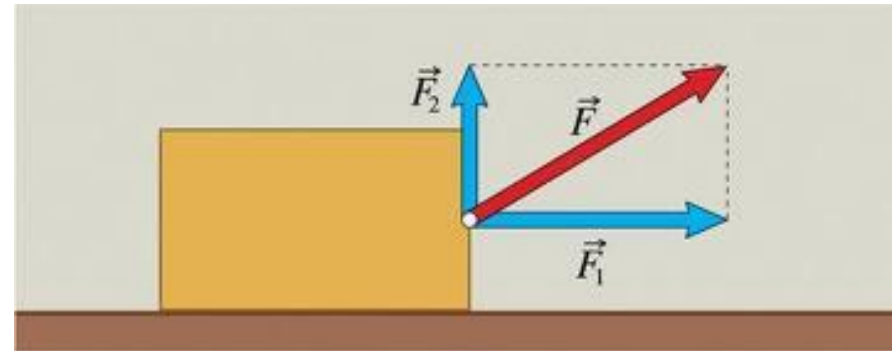


A munka kiszámítása

Az állandó nagyságú és irányú erő által végzett munkát úgy számoljuk ki, hogy az erőt megszorozzuk az erő irányába eső elmozdulással. Jele: W , mértékegysége: $\text{Nm}=\text{J}$

$$\text{Kiszámítása: } W = F \cdot s$$

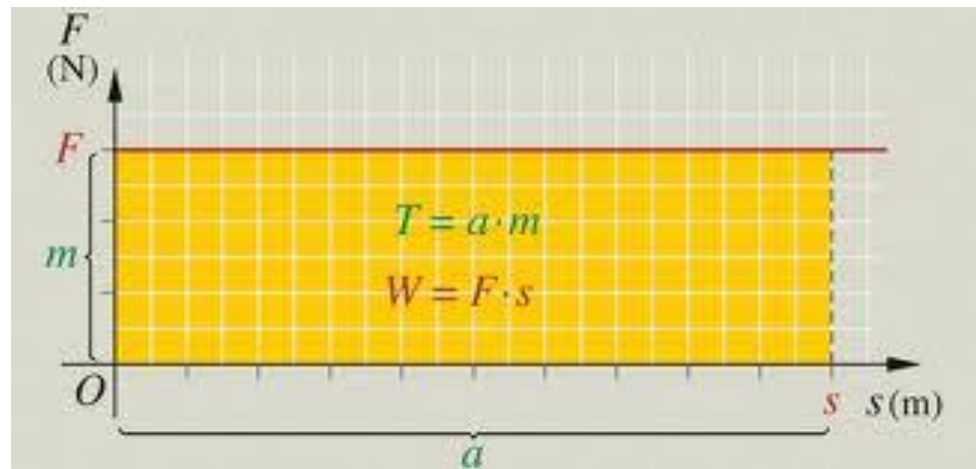
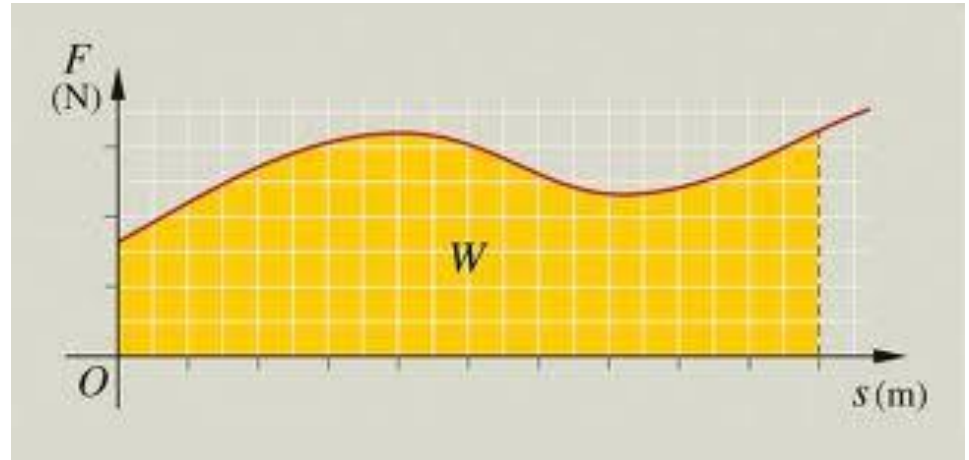
Ha a test egyenes pályája és a változatlan nagyságú és irányú erő hatásvonalala metszi egymást, akkor az erő munkája az erő pályaegyenesre eső összetevőjének és az elmozdulásnak a szorzata.



A munka kiszámítása

Ha az erőt ábrázoljuk az elmozdulás függvényében akkor a grafikon alatti terület mérőszáma megegyezik a munkavégzés mérőszámával.

Ezt állandó erő által végzett munka esetén könnyen beláthatjuk.



Feladat

Mekkora erővel toltta az asztalos a gyalut, ha egy mozdulat 50 cm távolságán 30 J munkát végzett?

Adatok:

$$W = 30J$$

$$s = 50cm = 0,5m$$

Képlet:

$$W = F \cdot s \Rightarrow F = \frac{W}{s}$$

Számolás:

$$F = \frac{30}{0,5} = 60$$

Válasz:

Az asztalos 60 N erővel toltta a gyalut.

Emelési munka

Emelési munkáról akkor beszélünk, ha egy testet függőleges irányba **állandó sebességgel** felemelünk.

Ilyenkor: $F_e = -F_{neh}$

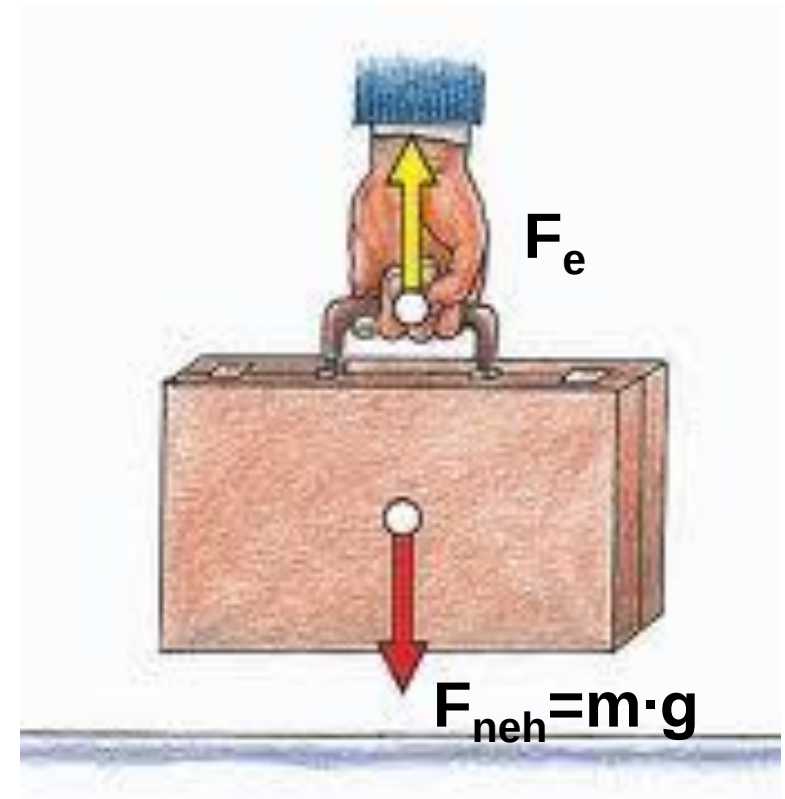
Az emelőerő munkája:

$$W_e = F_e \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

A nehézségi erő munkája:

$$W_{neh} = F_{neh} \cdot h = -m \cdot g \cdot h$$

mivel az erő iránya ellentétes az elmozdulással.



Az emelőerő munkája egyenesen arányos a magassággal. Tehát minél magasabbra emeljük a testet, annál több munkát kell végeznünk.

Feladat

Számítsuk ki azt a munkát, amelyet a súlyemelő a 160 kg tömegű súly 2,1 m magasra emelése közben végez!

Adatok:

$$m = 160 \text{ kg}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$h = 2,1 \text{ m}$$

Képlet:

$$W = F \cdot s = m \cdot g \cdot h$$

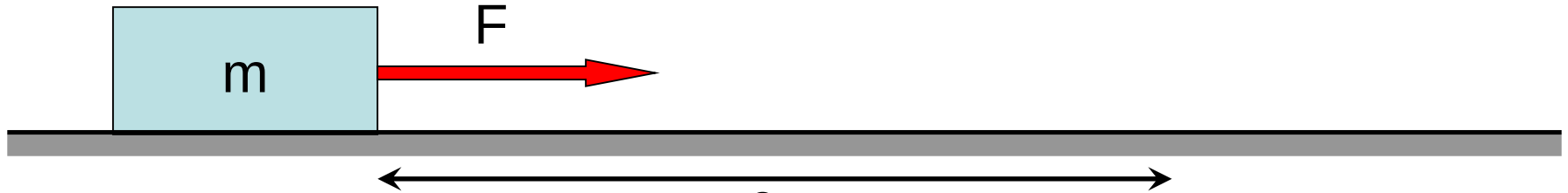
Számolás:

$$W = 160 \cdot 10 \cdot 2,1 = 3360$$

Válasz:

A súlyemelő 3360 J munkát végzett.

Gyorsítási munka



$$W_{gy} = F_{gy} \cdot s = (m \cdot a) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Az álló helyzetből induló testen állandó erő hatására az elmozdulás irányában végzett gyorsítási munka:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

ahol v a test végsebessége, m a test tömege.

Feladat

Egy 800 kg tömegű versenyautó álló helyzetből 400 m hosszú úton gyorsult fel 180km/h sebességre. Mekkora erő gyorsította az autót és mennyi munkát végzett?

Adatok:

$$m = 800 \text{ kg}$$

$$s = 400 \text{ m}$$

$$v = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Képlet:

$$W_{gy} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$W_{gy} = F_{gy} \cdot s \Rightarrow F_{gy} = \frac{W_{gy}}{s}$$

Számolás:

$$W_{gy} = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 50^2 = 400 \cdot 2500 = 1000000$$

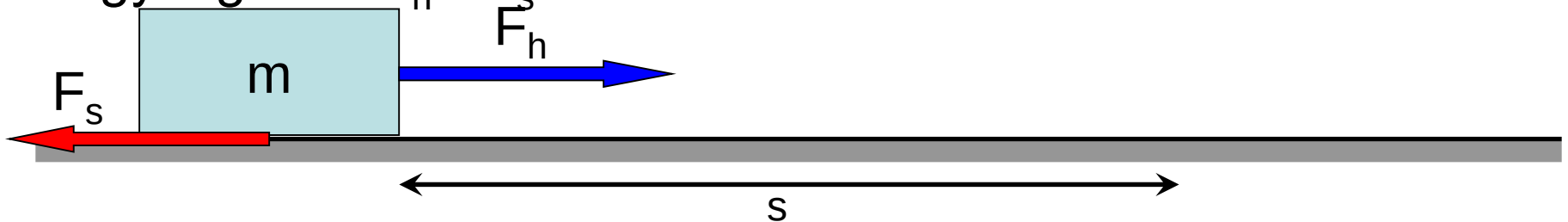
$$F_{gy} = \frac{1000000}{400} = 2500$$

Válasz:

A gyorsítóerő 2500 N volt és 1000 kJ gyorsítási munkát végzett.

Súrlódási erő munkája

Ha vízszintes felületen **állandó sebességgel** ($v = \text{áll}$, $F_e = 0$) mozgatunk egy testet, akkor az általunk kifejtett erő megegyezik a felület által a testre kifejtett súrlódási erő nagyságával. $F_h = -F_s$



$$W_s = F_s \cdot s = -\mu \cdot F_{ny} \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

Előjele negatív, mert a csúszási súrlódás akadályozza a mozgást. A húzóerő munkája ugyanekkora, de előjele pozitív:

$$W_h = \mu \cdot m \cdot g \cdot s.$$

Mechanikai energia

Az energia a testek egy sajátos tulajdonsága, amely munkavégző képességük mértékét mutatja.

Jele: E ; mértékegysége: J (joule)

Amennyiben az energia hasznosul, vagyis munkává alakul, a végzett munka révén a testek képesek átadni egymásnak energiájukat.

Jellemzői:

- ❶ A testek, mezők elidegeníthetetlen tulajdonsága, amely a kölcsönható képességüket jellemzi.
- ❷ Az energia viszonylagos mennyiség.

Mechanikai energia fajtái:

- ❶ helyzeti energia
- ❷ mozgási energia
- ❸ rugalmas energia
- ❹ forgási energia



Helyzeti energia



**A nulla szinthez képest
h magasságba felemelt test
helyzetéből adódóan energiával
rendelkezik.**

$$E_h = m \cdot g \cdot h$$

Az energia mértéke megegyezik azzal a munkával, amelyet akkor végzünk,

1. ha a testet a nulla szintről h magasságba emeljük állandó sebességgel,
2. vagy amelyet a test végez, ha h magasságból a nulla szintre esik.

Mozgási energia



Minden mozgásban lévő testnek van mozgási energiája.

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

A mozgási energia mértéke megegyezik azzal a munkával, amelyet akkor végzünk,

1. ha egy m tömegű test sebességét nulláról v -re növeljük,
2. vagy amelyet a test akkor végez, ha sebessége v -ről nullára csökken.

Feladat

Egy 800 kg tömegű versenyautó álló helyzetből 400 m hosszú úton gyorsult fel 180km/h sebességre. Mekkora erő gyorsította az autót és mennyi munkát végzett?

A munkavégzés révén a test mozgási energiára tett szert.
Adatok:

$$m = 800 \text{ kg}$$

$$s = 400 \text{ m}$$

$$v = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Képlet:

$$E_{\text{mozgási}} = W_{\text{gy}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$W_{\text{gy}} = F_{\text{gy}} \cdot s \Rightarrow F_{\text{gy}} = \frac{W_{\text{gy}}}{s}$$

Számolás:

$$W_{\text{gy}} = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 50^2 = 400 \cdot 2500 = 1000000$$

$$F_{\text{gy}} = \frac{1000000}{400} = 2500$$

Válasz:

A gyorsítóerő 2500 N volt és 1000 kJ gyorsítási munkát végzett.

Gondolkodtató kérdések

Kérdés: Megváltozik-e egy mozgó test mozgási energiája, ha a sebesség iránya megváltozik, de nagysága nem?

Válasz: Nem változik meg, mert a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos, ez skaláris mennyiség, tehát csak a sebesség nagyságától függ, az irányától nem.

Kérdés: Hogyan változik a feldobott kő mozgási energiája emelkedés, illetve esés közben? Milyen előjelű a nehézségi erő kövön végzett munkája a mozgás két szakaszában? Miért?

Válasz: Emelkedés közben csökken, esésnél nő. Emelkedésnél negatív, mert az erő iránya ellentétes a mozgás irányával. Esés közben pozitív, mert a két irány megegyezik.

Rugalmas energia

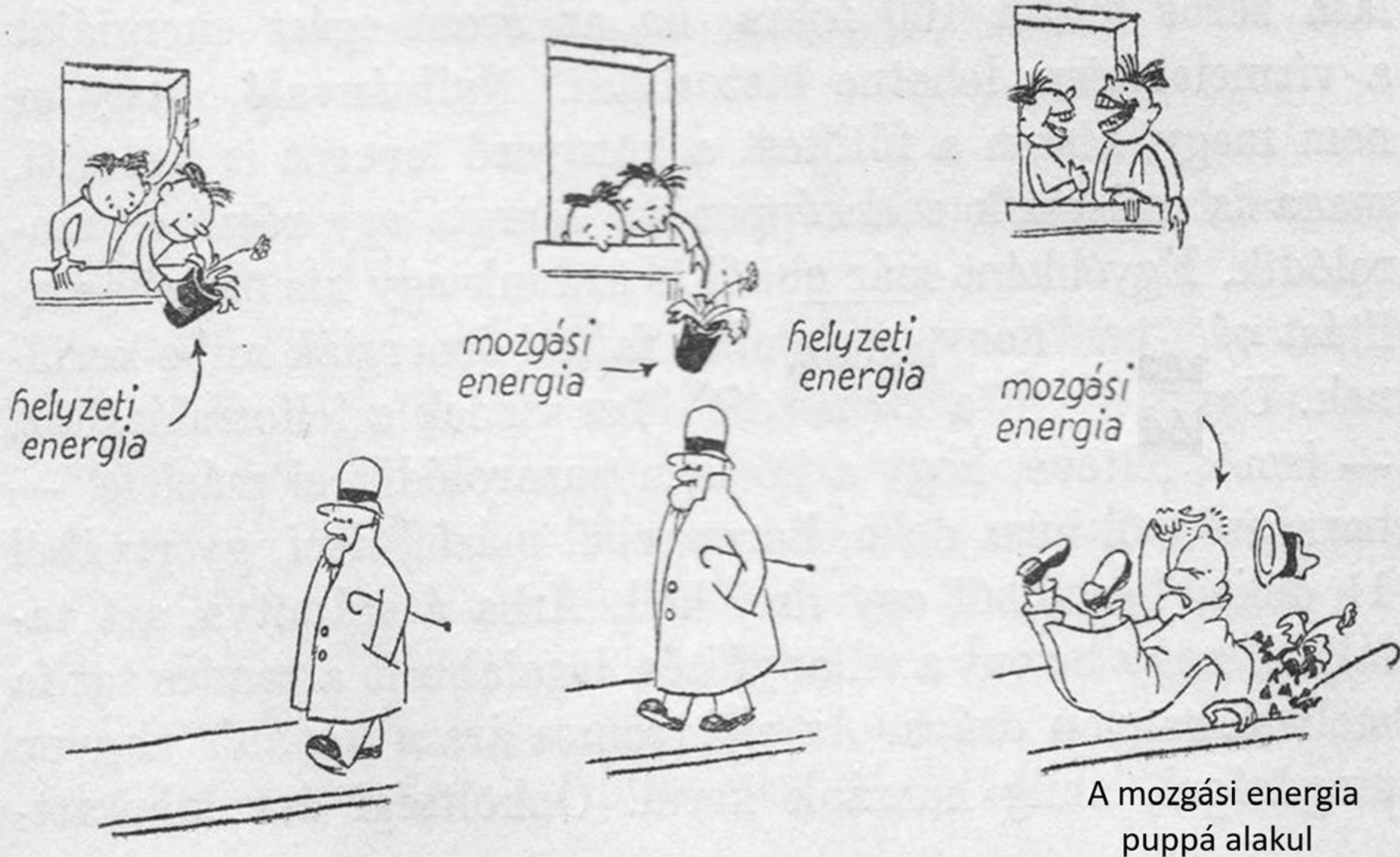


Ha egy rugót megfeszítünk, megnő az energiája. Ezt hívjuk rugalmas energiának.

A rugalmas energia megegyezik a hosszváltozás négyzetével, az arányossági tényező a rugóállandó fele.

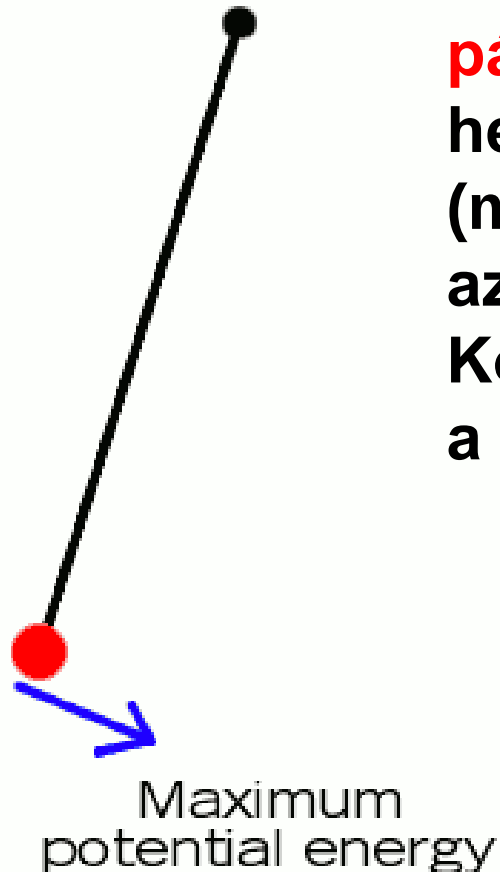
$$E_r = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$

Energiamegmaradás törvénye



Energiamegmaradás tétele

Azokat az erőket, amelyeknek két pont között végzett **munkája nem függ a pályagörbe alakjától**, hanem csak a két pont helyétől, **konzervatív erők**nek nevezzük, (mert munkájuk eredménye konzerválódik, azaz megőrzi az energiát). Konzervatív erő például a gravitációs erő és a rugóerő.



A mechanikai energiák megmaradási tétele:
Ha a testre ható erők eredője konzervatív erő, akkor a mechanikai energiák összege állandó: $E_{\text{kinetikus}} + E_{\text{potenciális}} = \text{állandó}$

Másképp: $E_{\text{mozgási}} + E_{\text{helyzeti}} = \text{állandó}$

Gondolkodtató kérdések

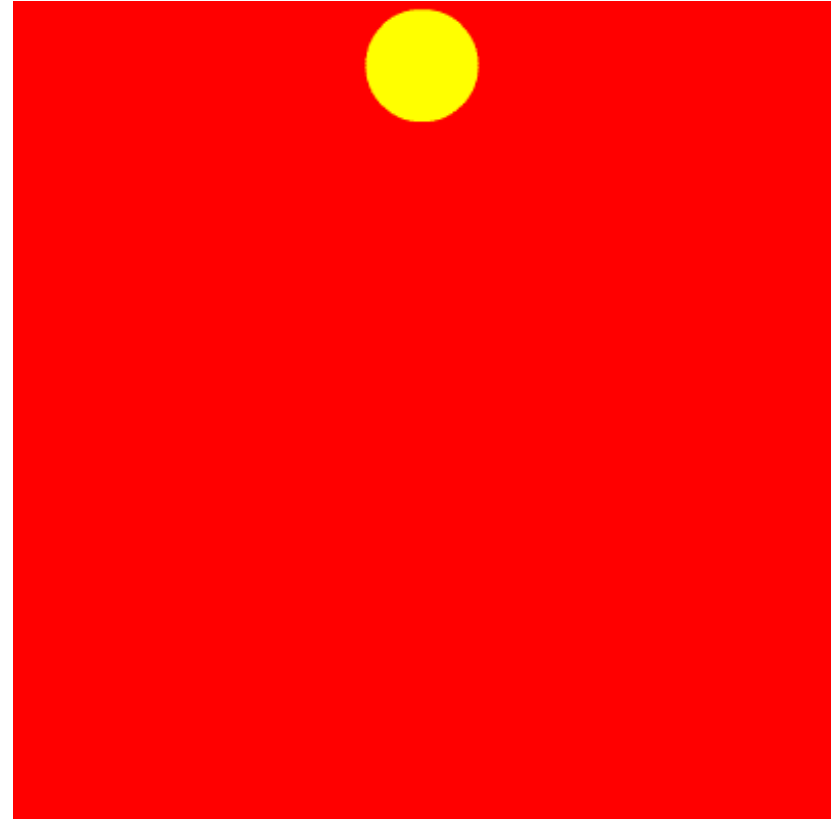
Kérdés:

Milyen energiaátalakulások figyelhetők meg egy pattogó labdánál?

Válasz:

A leeső labda helyzeti energiája mozgásivá, majd a talajra éréskor rugalmas energiává alakul.

Ez visszapattanáskor ismét mozgási energiává, majd felfelé repülve helyzeti energiává alakul vissza. Innen ismétlődik minden, csak veszteség esetén a valóságban egyre alacsonyabbra pattan vissza a labda.



Feladatok

Feladat

Egy test szabadon esett, és földet érésekor 30 m/s volt a sebessége. Milyen magasról esett? (Mechanikai energia-megmaradás törvénye segítségével oldjuk meg!)

Adatok:

Képlet:

$E_{\text{helyzeti}} + E_{\text{mozgási}} = \text{állandó}$

$$v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$h = ?$$

$$E_{\text{fent}} = E_{\text{lent}}$$
$$E_{\text{helyzeti}} + 0 = 0 + E_{\text{mozgási}}$$
$$m \cdot g \cdot h + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Számolás:

$$g \cdot h = \frac{v^2}{2}$$

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$h = \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{900}{20} \text{ m} = 45 \text{ m}$$

Válasz:

A test 45 m magasról esett le.

Feladat

Egy 2 kg tömegű test 45 méter magasságban van.

- a) Mennyi a helyzeti és mozgási energiája 45 m magasan?
- b) Mennyi a helyzeti és mozgási energiája 10 m magasságban, ha a testet 45 m magasról leejtettük?
- c) Mekkora sebességgel érkezik a talajra a leejtett test?

a) 45 méter magasságban:

$$E_h = mgh = 2\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 \cdot 45\text{m} = 900 \text{ J}$$

b) 10 méter magasságban:

$$E_h = mgh = 2\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2 \cdot 10\text{m} = \mathbf{200 \text{ J}}$$

Mivel az energiamegmaradás törvénye miatt: $E_h + E_m = \mathbf{900 \text{ J}}$

$$E_m = 900\text{J} - 200\text{J} = \mathbf{700\text{J}}$$

c) Előző feladat alapján: $v = 30 \text{ m/s}$

Feladat

Három csillét tol három munkás 82 m távolságra, egyenletesen mozgatva?

Az egyik 60 N, a másik 80 N, a harmadik 100N erőt fejt ki. Hány J a végzett munka az egyes esetekben?

Adatok:

Képlet:

$$W = F \cdot s$$

$$s = 82 \text{ m}$$

$$F_1 = 60 \text{ N}$$

$$F_2 = 80 \text{ N}$$

$$F_3 = 100 \text{ N}$$

$$W_1 = ?$$

$$W_2 = ?$$

$$W_3 = ?$$

Számolás:

$$W_1 = 60 \text{ N} \cdot 82 \text{ m} = 4920 \text{ J}$$

$$W_2 = 80 \text{ N} \cdot 82 \text{ m} = 6560 \text{ J}$$

$$W_3 = 100 \text{ N} \cdot 82 \text{ m} = 8200 \text{ J}$$

Feladat

10 kg tömegű test 12 m/s sebességgel csapódik a földre?

- a) Mekkora a becsapódáskor a mozgási energiája?
- b) Milyen magasról esett le?
- c) Mennyi a helyzeti és mozgási energiája 2 méteres magasságban?

Adatok:

Képlet:

$$E_{\text{összes}} = E_{\text{helyzeti}} + E_{\text{mozgási}} = \text{állandó}$$

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$v = 12 \text{ m/s}$$

$$h_1 = 2 \text{ m}$$

$$\text{a) } E_m = ?$$

$$\text{b) } h = ?$$

$$\text{c) } h_1 = 2 \text{ m, } E_m = ? \quad E_m = ?$$

Számolás:

$$\text{Becsapódáskor: } E_{\text{mozgási}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 720 \text{ J}$$

Fenti energia is 720 J

$$E = m \cdot g \cdot h = 720 \text{ J}$$

$$h = \frac{E}{m \cdot g} = 7,2 \text{ m magasról esett le.}$$

2 méteres magasságban a test helyzeti energiája 200 J, mozgási energiája 520 J.

Ismétlő kérdések

Kérdés: Hogyan számolhatjuk ki a munkavégzést?

Válasz: Az állandó nagyságú és irányú erő által végzett munkát úgy számoljuk ki, hogy az erőt megszorozzuk az erő irányába eső elmozdulással.

Jele: W , mértékegysége: $Nm=J$

Kiszámítása:

$$W = F \cdot s$$

Ismétlő kérdések

Kérdés: Mit értünk helyzeti energián?

Válasz: A nulla szinthez képest h magasságba felemelt test helyzetéből adódóan energiával rendelkezik. A helyzeti energia egyenlő azzal a munkával, amit akkor végzünk, ha a testet h magasságba felemeljük.

Kiszámítása:

$$E_h = m \cdot g \cdot h$$

Ismétlő kérdések

Kérdés: Mit értünk mozgási energián?

Válasz: Minden mozgásban lévő testnek van mozgási energiája. A mozgási energia egyenlő azzal a munkával, amit akkor végzünk, amikor a testet nulla kezdősebességről v sebességre felgyorsítjuk.

Kiszámítása:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Ismétlő kérdések

Kérdés: Mit értünk rugalmas energián?

Válasz: A megfeszített rugó rugalmas energiával rendelkezik. Ez az energia egyenlő azzal a munkával, amit akkor végzünk, amikor a rugót megfeszítjük.

Kiszámítása:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$

Ismétlő kérdések

Kérdés: Írd le az energiamegmaradás tételét!

Válasz: Ha a testre ható erők eredője konzervatív erő, akkor a mechanikai energiák összege állandó.

$$E_h + E_m + E_r + E_f = \text{állandó}$$