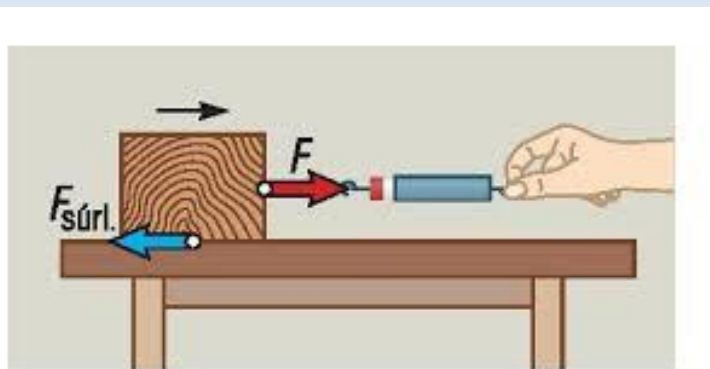
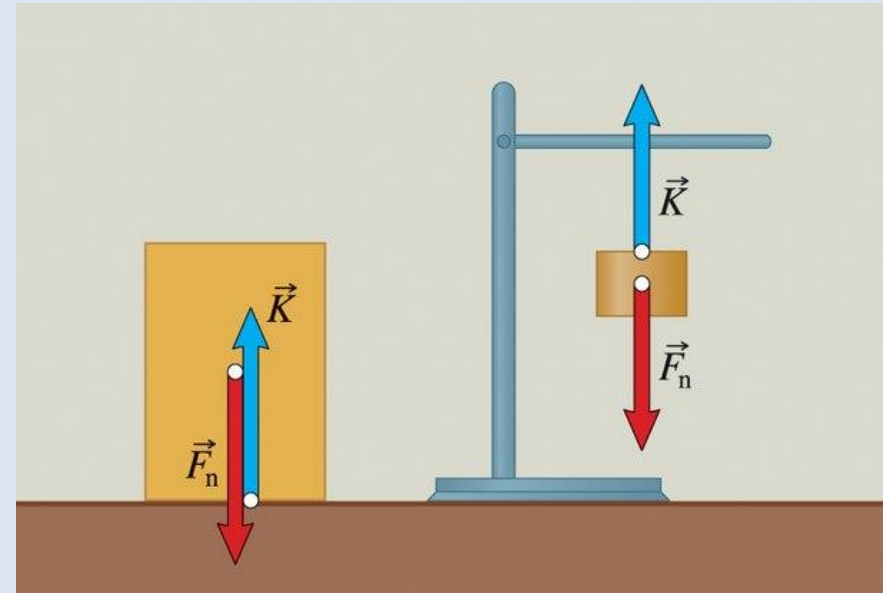


Súrlódás

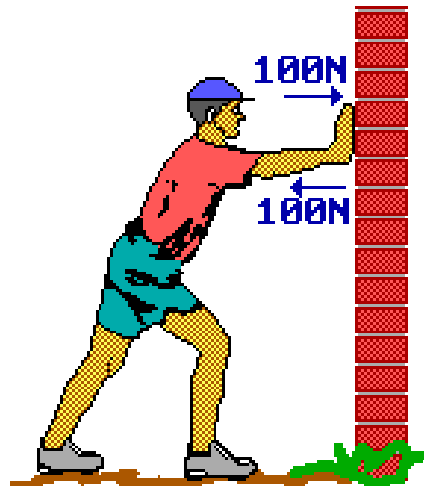
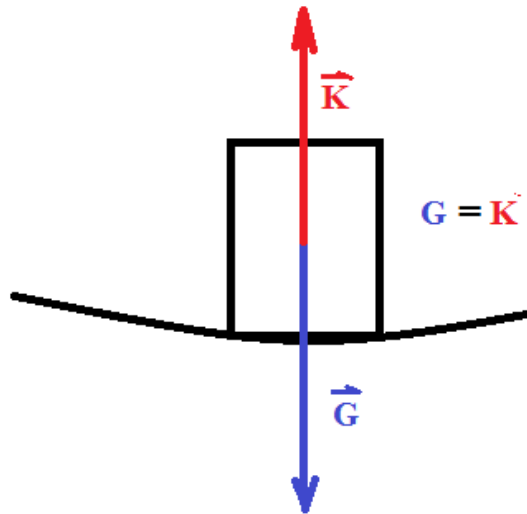
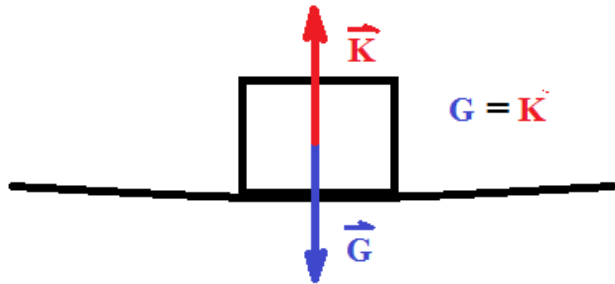


Kényszererő

- A kényszerítő hatást kifejtő testet (pl. fonalat, asztallapot stb.) kényszerítőnek, röviden **kényszernek nevezzük.**
- Az olyan erőhatásokat, amelyek egy testet meghatározott pályán történő mozgásra vagy geometriai feltétel betartására kényszerítenek, **kényszererőknek** nevezzük.

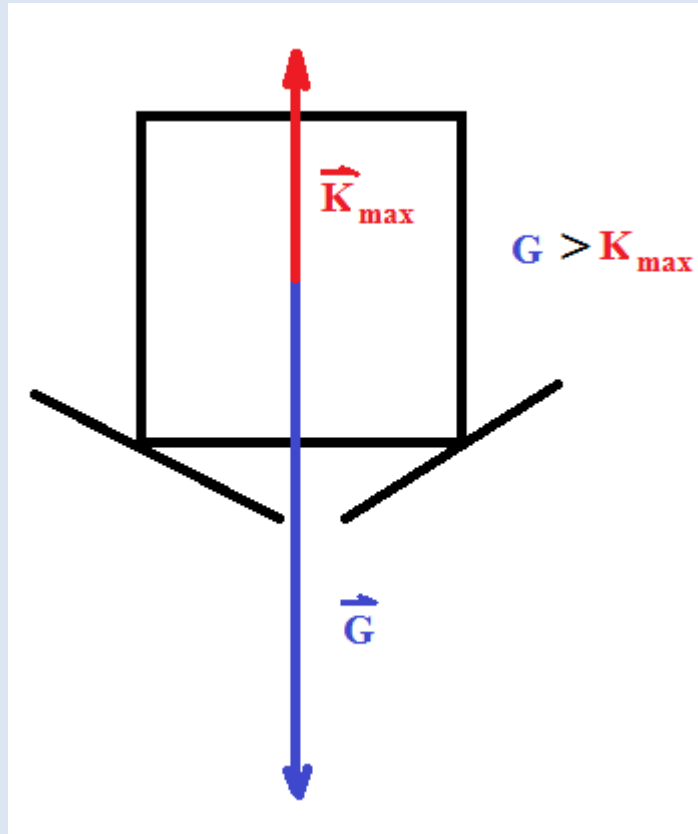


Kényszererők tulajdonságai



- A kényszererő mindig a szabaderő által a kényszeren létrehozott kicsiny, alig érzékelhető alakváltozás, deformáció miatt lép fel.
- **A nagysága - egy maximális értékig –** mindig akkora, amekkora az egyensúly megtartásához szükséges.

A kényszererőnek van egy maximális értéke

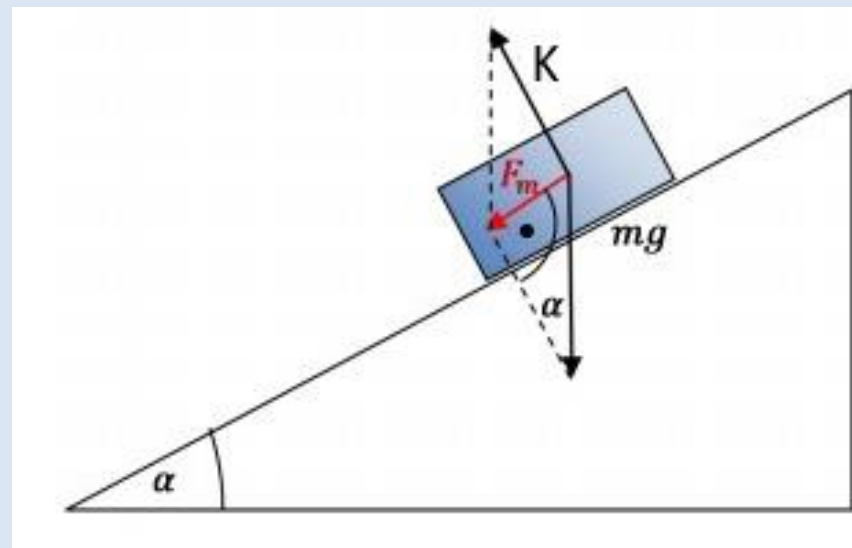
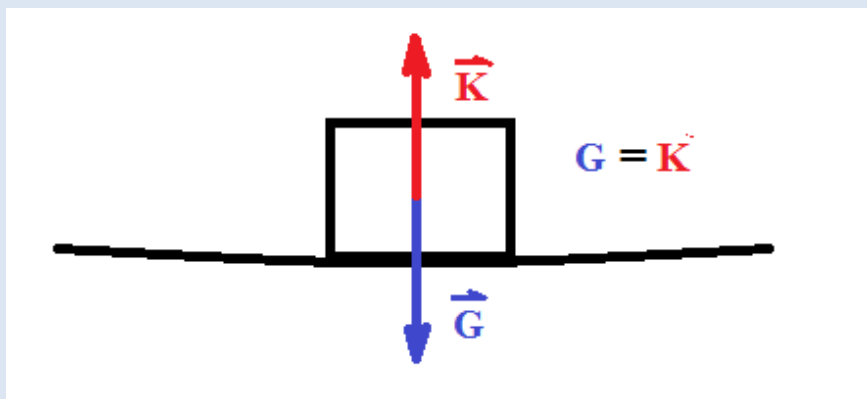


- Egy bizonyos terhelést meghaladóan kiszakad a tipli a falból.
- Az asztal sem tud akármekkora tárgyat megtartani.

Kényszererő iránya

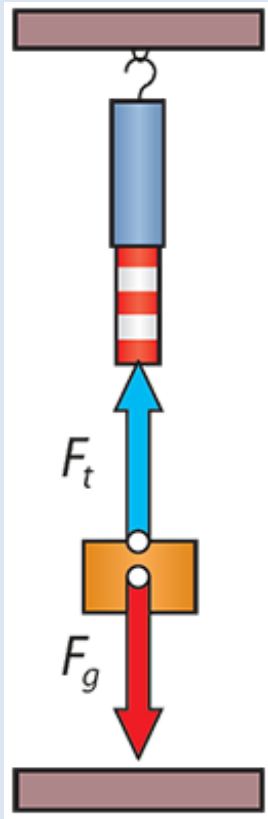
Mivel a kényszer a testnek csak a „kijelölt” pályagörbe elhagyását, vagy a felületen való áthatolását akadályozza meg, **nincs szerepe** a pályagörbén, illetve a felületen történő mozgásban.

Ez azt jelenti, hogy a **kényszererő mindig merőleges a kényszer görbéjére vagy felületére.**

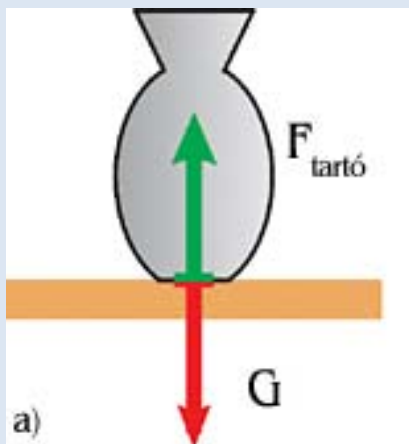


Súly

Súly az az erő, amellyel a test -a Föld nehézségi erejének hatására- az alátámasztási pontot nyomja, vagy a felfüggesztési pontot húzza.



- mértékegysége : newton (N)
- változó mennyiség, a test térbeli helyzetétől függ (vagyis attól, mekkora a gravitációs térerősség ott ahol a test van)

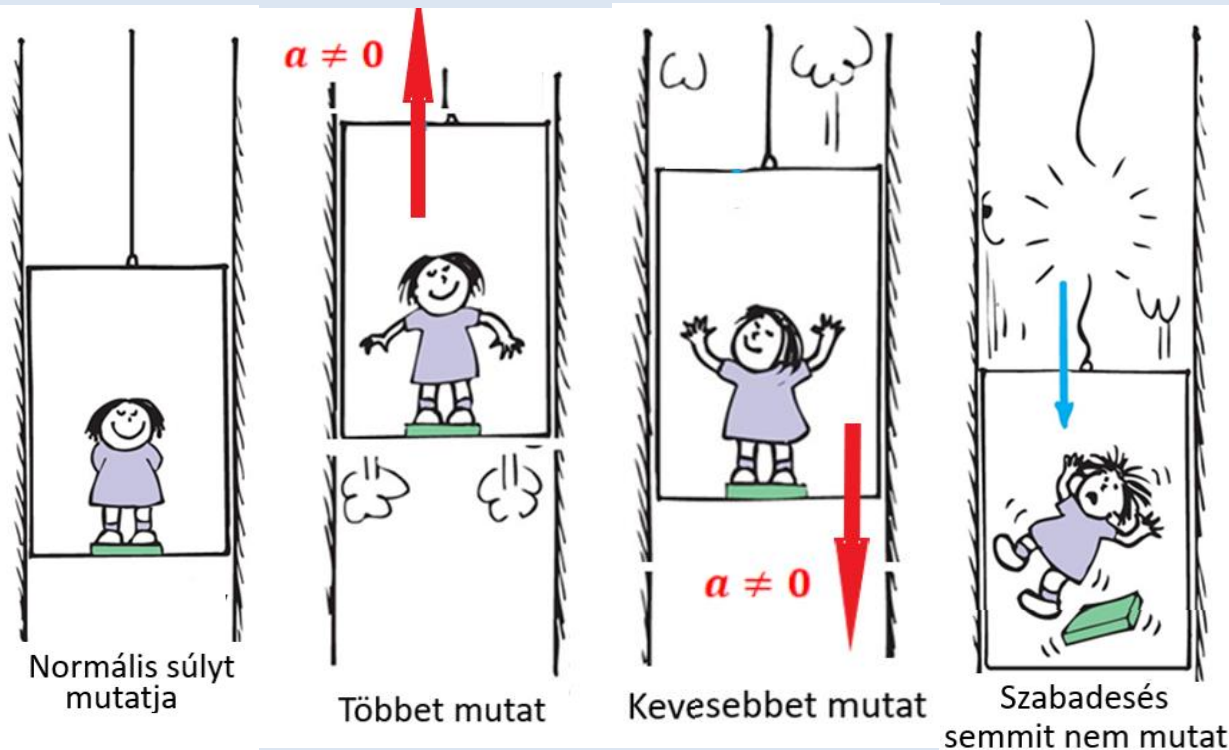


A súly más is lehet, mint a testünkre ható gravitációs erő

Mit mutat a liftben elhelyezett mérleg?
A mérleg által kifejtett kényszererőt

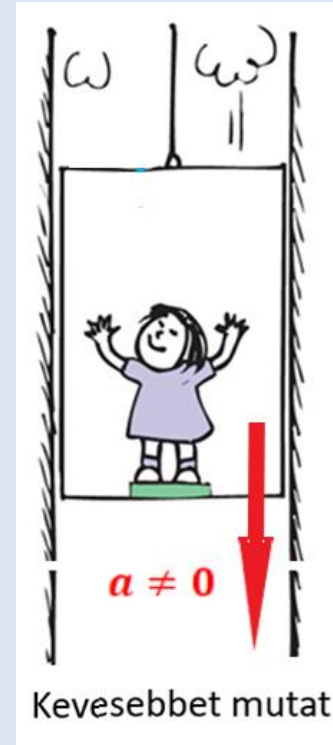
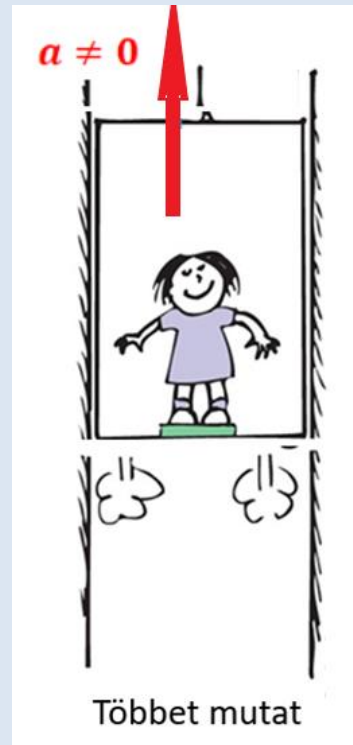
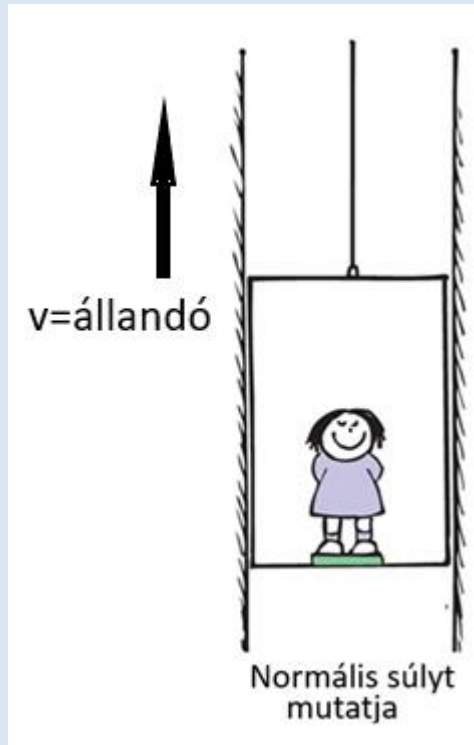
Ha a liftbe mérleget helyezünk és ráállunk, akkor a mérleg, álló lift esetében ugyanakkora erőt mutat, mint a testünkre ható gravitációs erő.

- Így van ez akkor is, amikor a lift egyenes vonalú egyenletes mozgással halad.
- Induláskor és fékezéskor azonban mást mutat a mérleg.
- Szabadeséséskor viszont semmit nem mutat.



Súly az az erő, amellyel a test-a Föld nehézségi erejének hatására- az alátámasztási pontot nyomja, vagy a felfüggesztési pontot húzza.

Mekkora a gyerekre ható erők eredője



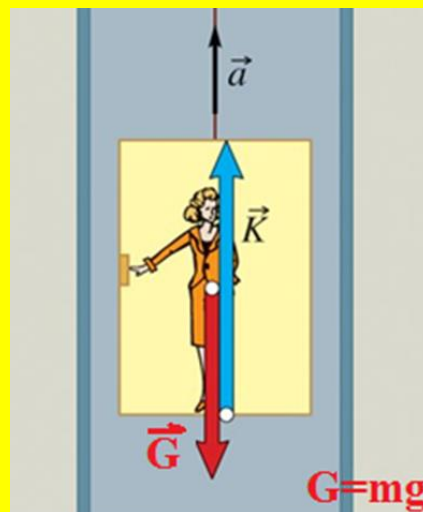
A gyerekre ható erők eredője nulla.
(Newton I. törvénye)

A gyerekre ható erők eredője nem nulla.
(Newton II. törvénye)

Feladat

- a) Egy lift 2 m/s^2 gyorsulással **mozog felfelé**. Mekkora a lift által kifejtett kényszererő egy a liftben álló 50 kg tömegű emberre?
- b) Egy lift 2 m/s^2 gyorsulással **mozog lefelé**. Mekkora a lift által kifejtett kényszererő egy a liftben álló 50 kg tömegű emberre?

$$\begin{aligned}a &= 2 \text{ m/s}^2 \\g &= 10 \text{ m/s}^2 \\m &= 50 \text{ kg} \\K &=?\end{aligned}$$



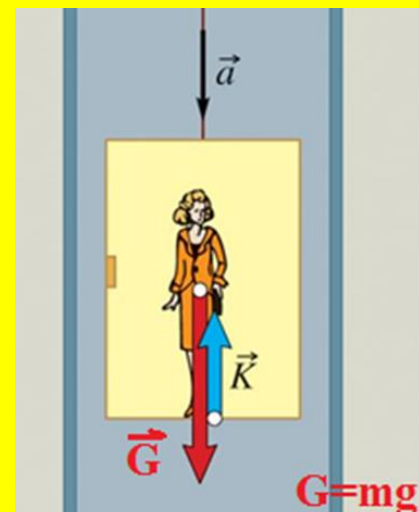
$$K > G$$

F_e felfelé mutat

$$F_e = K - G$$

$$m \cdot a = K - G$$

$$\begin{aligned}K &= m \cdot a + m \cdot g \\K &= m \cdot (a + g) \\K &= 600 \text{ N}\end{aligned}$$



$$K < G$$

F_e lefelé mutat

$$F_e = G - K$$

$$m \cdot a = G - K$$

$$\begin{aligned}K &= m \cdot g - m \cdot a \\K &= m \cdot (g - a) \\K &= 400 \text{ N}\end{aligned}$$

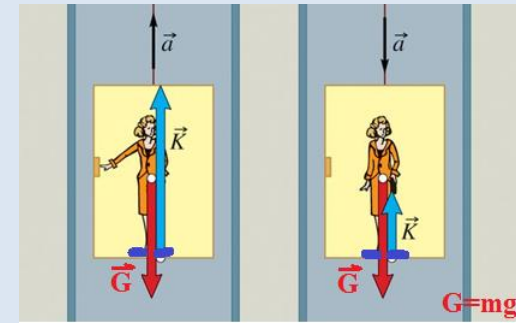
Mit mutat valójában a liftbe helyezett mérleg az egyes esetekben?

Megjegyzés

- a) Felfelé gyorsuláskor a mérleg által a nőre kifejtett erő 600 N.
- b) Lefelé gyorsuláskor a mérleg által a nőre kifejtett erő 400 N.

Most a mérlegre és nem a nőre ható erőt keressük.

A kérdés korrekt megválaszolása nem is olyan egyszerű:



A mérleg **a nő súlyát** (azt az erőt, amellyel a mérleget nyomja) fogja mérni, ami nem feltétlen egyezik meg a Föld által kifejtett gravitációs erővel.

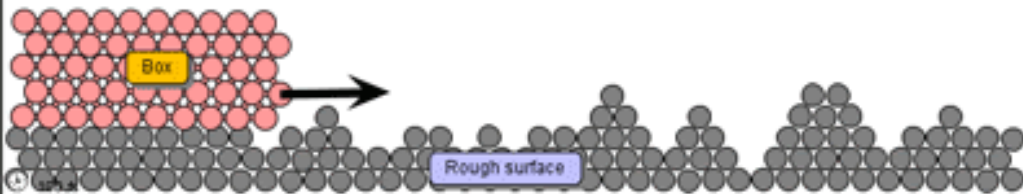
A nőre - minkét esetben - felfelé a mérleg hat erővel. Newton III.

törvényértelmében amilyen erővel hat a mérleg a nőre **olyan erővel hat a nő a mérlegre.**

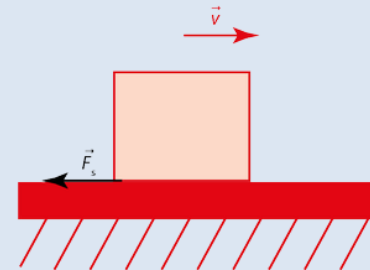
a) Amikor a lift felfelé gyorsul a mérleg által kifejtett erő 600 N. A test súlyát 600 N-nak jelöli. A tradíciók szerint mérleg ennek a tizedét fogja kg-ban kiírni, azaz 60 kg-ot.

b) Amikor lefelé gyorsul a lift, akkor mérleg által kifejtett erő 400 N. A test súlyát 400 N-nak jelöli. A tradíciók szerint mérleg ennek a tizedét fogja kg-ban kiírni, azaz 40 kg-ot.

A microscopic model of friction

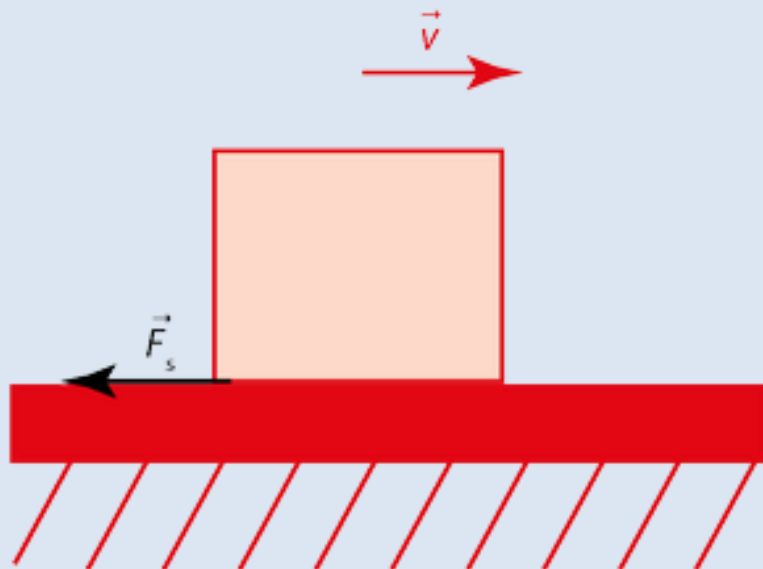


Súrlódás



Csúszási (mozgási) súrlódási erő

Az érintkező és egymáson elmozduló testek egymáshoz viszonyított sebességét csökkentő erőt **csúszási súrlódási erőnek** nevezzük.



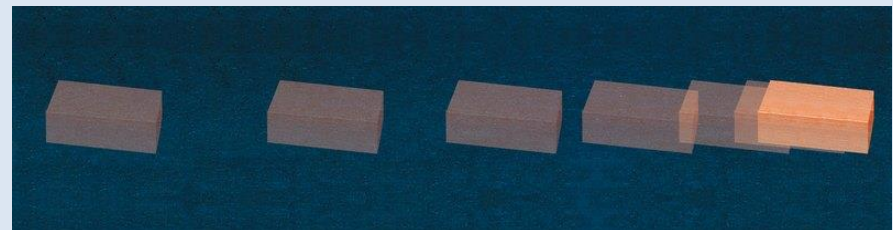
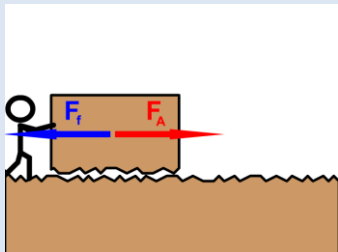
Csúszási (mozgási) súrlódási erő

A csúszási súrlódási erő egyenesen arányos a súrlódó felületeket összenyomó erő nagyságával.

$$F_s = \mu \cdot K$$

ahol K testre ható, a felületre merőleges kényszererő (ezzel megegyező nagyságú erővel nyomja a test a felületet).

μ a csúszási (mozgási) súrlódási együttható ($\mu < 1$, csak kivételes esetben lehet egynél nagyobb)

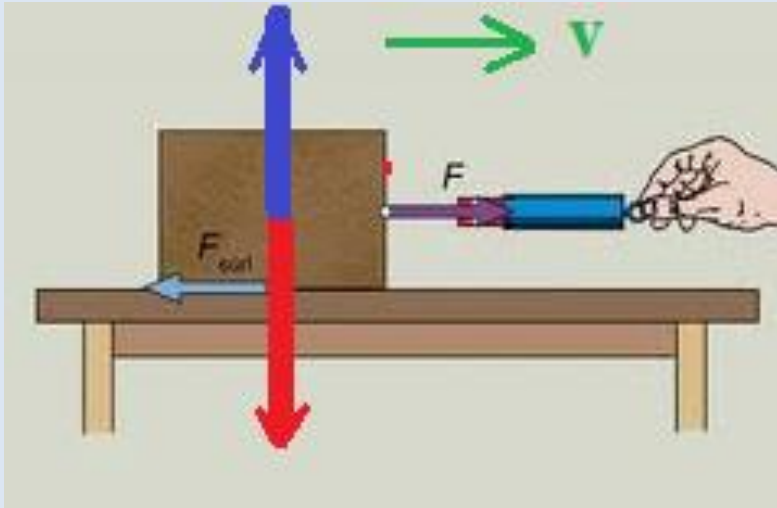


Csúszási (mozgási) súrlódási erővízszintes felületen

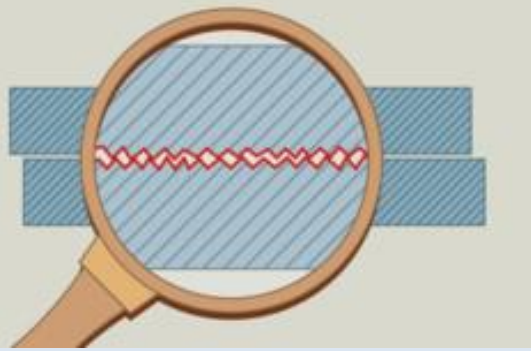
$$F_s = \mu \cdot K$$

Mivel függőleges irányban a test nem mozdul,
vízszintes felületen $K = G = m \cdot g$

$$\text{Ezért: } F_s = \mu \cdot m \cdot g$$



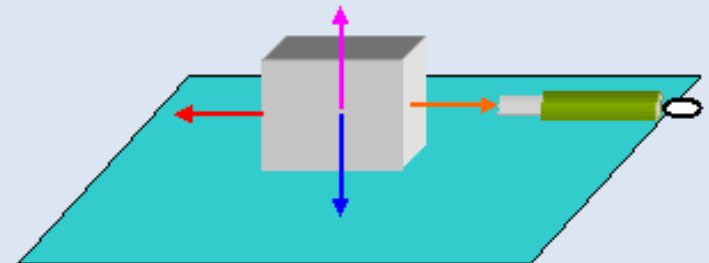
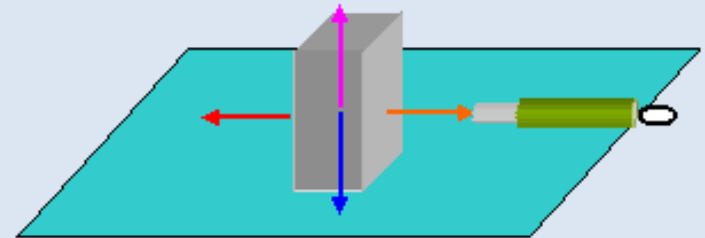
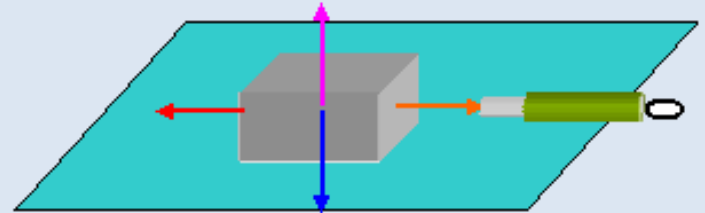
K erővel nyomja az
asztal a testet.



Mitől függ a súrlódási erő?

A csúszási súrlódási erő
($F_{\text{súrl}}$) **egyenes arányban**
van a :

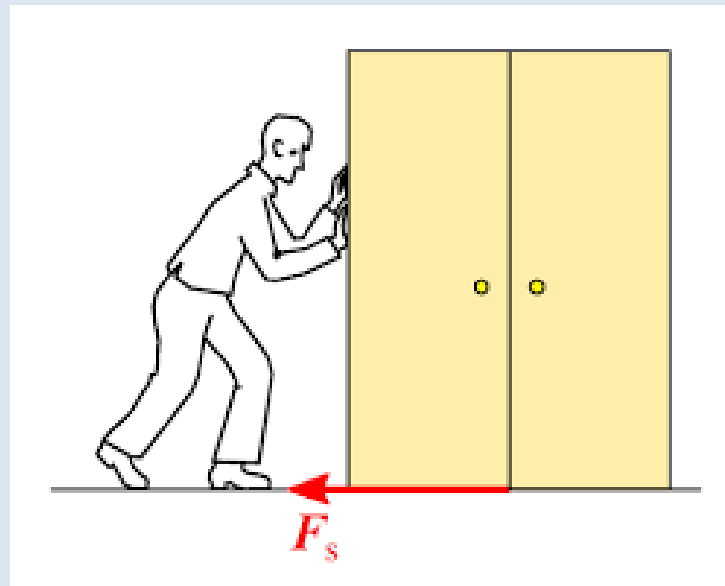
- — az érintkező felületeket összenyomó erővel
- — az érintkező felületek érdességével
- **A csúszási súrlódási erő nem függ az érintkező felületek nagyságától.**



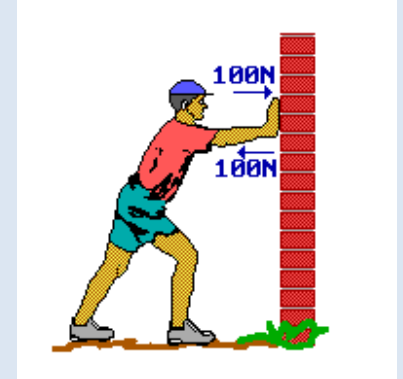
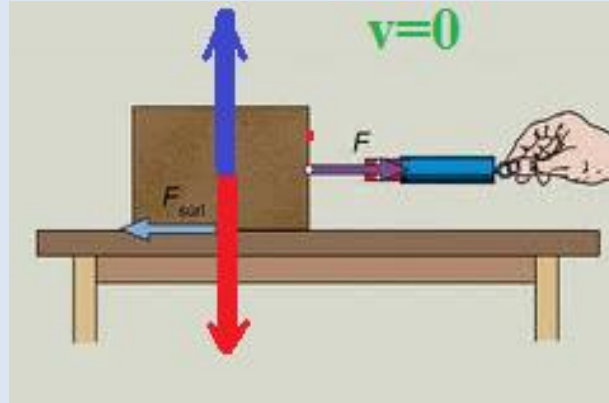
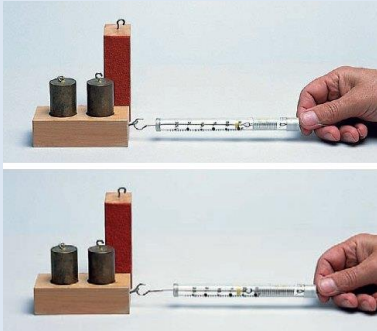
Tapadási súrlódási erő

Amikor egy testet meg akarunk mozdítani kicsi erő hatására a test nem mozdul. Növelnünk kell az erőt ahhoz, hogy megmozduljon. A tapadási súrlódási erő nulla és a legnagyobb értéke között bármekkora lehet.

$$0 < F_{\text{tapadási}} \leq F_{\text{smax}}$$



Tapadási súrlódás



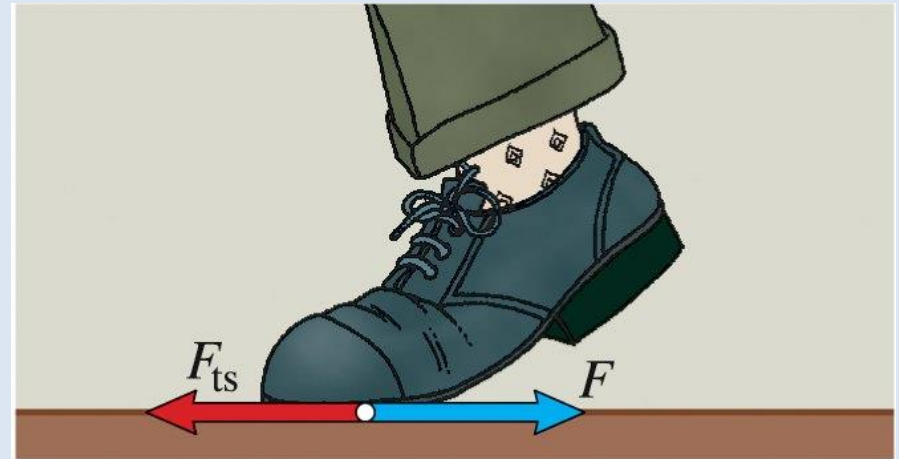
A tapadási súrlódási erő mindig egyenlő nagyságú és ellentétes irányú azzal az erővel, amellyel a testet meg akarjuk mozdítani, **de van egy maximális értéke.**

$$F_{\text{smax}} = \mu_o \cdot K$$

μ_o a tapadási súrlódási együttható ($\mu_o < 1$, **kivételes esetben lehet egynél nagyobb**)

A segítő tapadási súrlódás

A tapadási súrlódás teszi lehetővé pl. a járást, a járművek elindulását vagy például azt, hogy a vékony gyapjú- és gyapotszálakat erős fonallá lehet összesodorni.



A láb hátra nyomja a Földet, A Föld előre a lábat (hatás-ellenhatás), ezért tudunk elmozdulni.
Amikor a piros erő kisebb elcsúszunk.

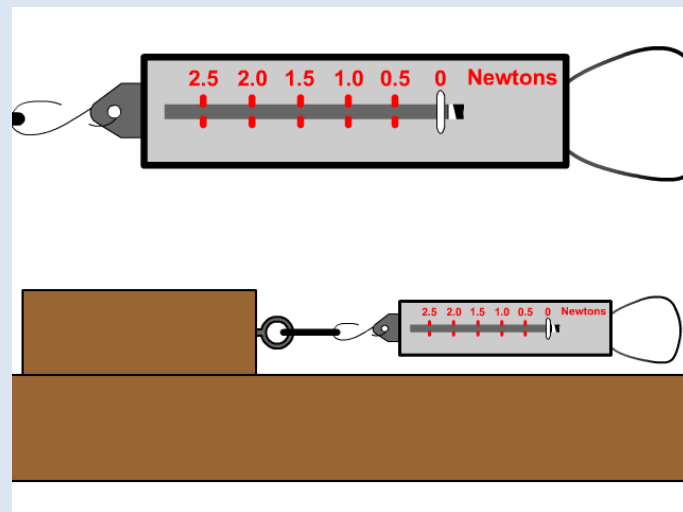
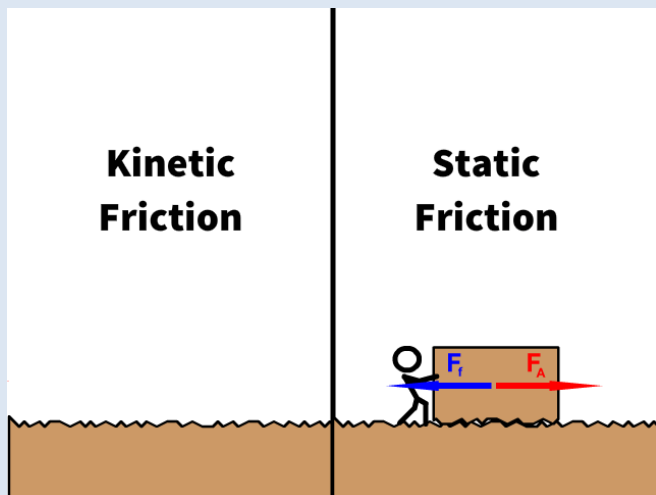
Autók és a tapadási súrlódás



A négykerék-meghajtású autót a kerekekre ható tapadási súrlódási erő gyorsítja.

Ha az autóban nincs kipörgésgátló, és a vezető egyre több gázt ad, akkor megtörténhet az, hogy már nem tapad a kerék a talajhoz, hanem megcsúszik. Ilyenkor a megcsúszó autógumi erős, sikító hangot ad. Ez a tapasztalat azt bizonyítja, hogy a tapadási súrlódásnak maximuma van.

Tapadási és mozgási súrlódás



Ha nagyobb erővel húzom a testet nagyobb lesz a tapadási súrlódási erő (egy határig).

Ha tapadási súrlódási erő maximális értékénél nagyobb erővel húzom a testet, akkor elmozdul.

Ezt követően már mozgási súrlódással kell számolni. Ez kisebb, mint a tapadási súrlódási erő.

Súrlódás a gyakorlatban



A járműveket a súrlódási erő kényszeríti a kanyarban az úton maradásra



Van, amikor ez nem jön
össze.

Tapadási súrlódási erő és csúszási (mozgási) súrlódási erő összehasonlítása

- A tapadási súrlódási mindig nagyobb, mint a mozgási súrlódási erő. Ha egy testet a vízszintes asztallapon elkezdünk húzni, amint az megmozdul érzékelhető, hogy a mozgatáshoz már kisebb erővel kell hatni a testre.
- $F_{s(\text{tapadási})} > F_{s(\text{mozgási})}$
- Ebből következik, hogy a két súrlódási együttható sem egyforma: $\mu_0 > \mu$
- A tapadási súrlódási együttható (μ_0) nagyobb, mint a csúszási (mozgási) együttható

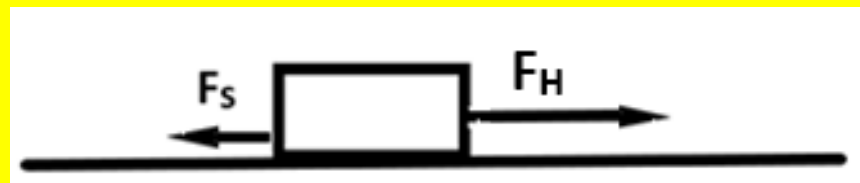
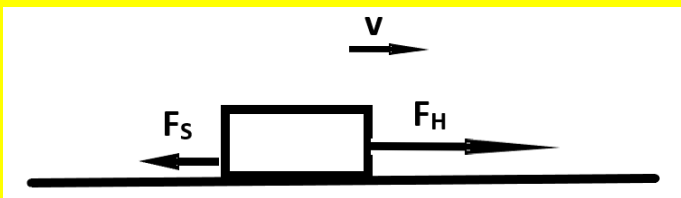
Kapcsolódó videó: <https://www.youtube.com/watch?v=50wLA57hvT8>

Feladat

Vízszintes talajon fekvő, 2 kg tömegű fahasábra különböző nagyságú húzó erőket fejtünk ki. A hasáb és a talaj közötti tapadási súrlódási együttható értéke 0,4, a csúszó súrlódási együtthatóé 0,15.

Számítsuk ki a hasáb gyorsulását, ha

- a) a mozgásban lévő hasábra nem hat húzóerő és amikor 2 N, 3 N, és 4 N nagyságú húzóerő hat;
- b) a nyugvó hasábra 2 N, 6 N és 10 N nagyságú erő hat!



Megoldás

Mozgó hasáb esetén:

$$F_H - F_s > 0 \text{ gyorsul}$$

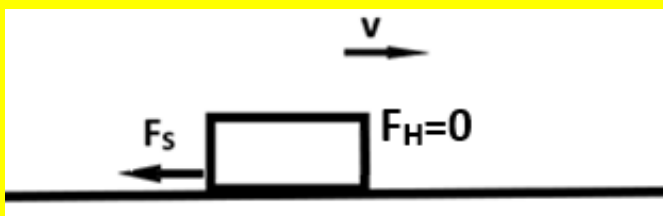
$$F_H - F_s = 0 \quad a = 0, v = \text{állandó}$$

$$F_H - F_s < 0 \text{ lassul}$$

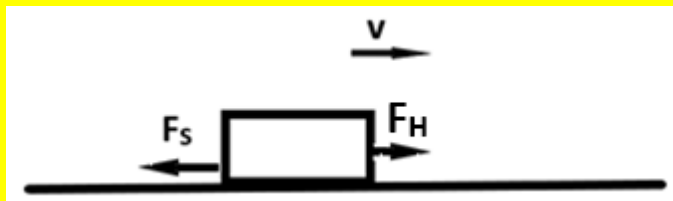
Tételezzük fel, hogy a testre ható húzó erők a mozgás irányába mutatnak.

a) **Mozgó hasáb** esetén a súrlódási erő:

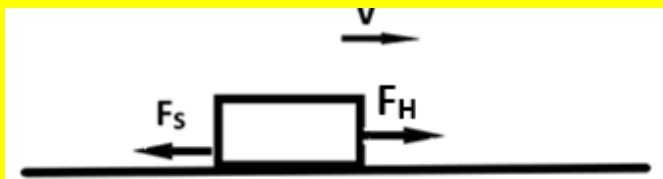
$$F_s = \mu \cdot m \cdot g = 3N$$



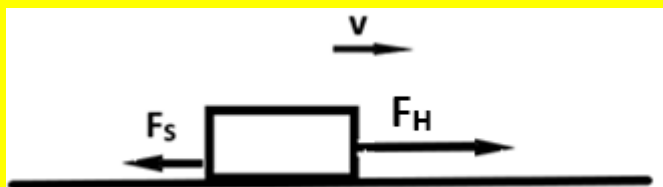
$$F_H = 0 \quad a = \frac{0 - 3N}{2kg} = -1,5 \frac{m}{s^2} \text{ lassul}$$



$$F_H = 2N \quad a = \frac{2N - 3N}{2kg} = -0,5 \frac{m}{s^2} \text{ lassul}$$



$$F_H = 3N \quad a = \frac{3N - 3N}{2kg} = 0 \frac{m}{s^2} \quad v = \text{állandó}$$



$$F_H = 4N \quad a = \frac{4N - 3N}{2kg} = 0,5 \frac{m}{s^2} \text{ gyorsul}$$

Megoldás

Ha $F_H \geq F_{smax}$ mozdul

b) **Álló hasáb** esetén a tapadási súrlódási erő: $F_{smax} = \mu_0 \cdot m \cdot g = 8N$

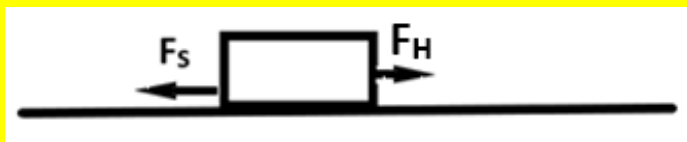
Amikor már megmozdult a test, **akkor a mozgási súrlódási erő** hat:

$$F_s = \mu \cdot m \cdot g = 3N$$

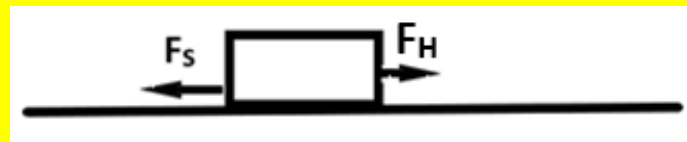
Ha már megmozdult:

$$F_H - F_{s(mozgási)} = m \cdot a$$

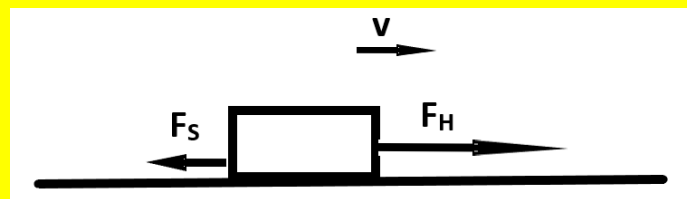
$$a = \frac{F_H - F_{s(mozgási)}}{m}$$



$F_H = 2N$ *nem mozdul*



$F_H = 6N$ *nem mozdul*



$F_H = 10N$ $a = \frac{10N - 3N}{2kg} = 3,5 \frac{m}{s^2}$ gyorsul

Feladat

Egy gépkocsi tömege 1000 kg, amelyre a motor 400 N húzóerőt fejt ki.

- a) Mennyi idő alatt gyorsul fel az autó 54 km/h sebességre?
- b) Mennyi utat tesz meg ezen idő alatt az autó?

A menet ellenállási tényező $\mu = 0,03$?



Megoldás

$$a = \frac{F_e}{m}$$
$$F_e = F_H - F_S$$



Adatok.

$$m = 1000 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,03$$

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = 400 \text{ N}$$

$$t = ?$$

$$s = ?$$

Először számoljuk ki az autó gyorsulását:

$$F_S = \mu \cdot m \cdot g = 0,03 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$= 300 \text{ N}$$

$$F_e = F_H - F_S = 400 \text{ N} - 300 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{100 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

a) Mennyi idő alatt gyorsul fel 54 km/h sebességre?

$$\bullet \quad t = \frac{v}{a} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 150 \text{ s}$$

b) Mennyi a megtett út?

Nem zérus kezdősebességű egyenletesen változó mozgást végez az autó:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot (150 \text{ s})^2$$
$$= 1125 \text{ m}$$