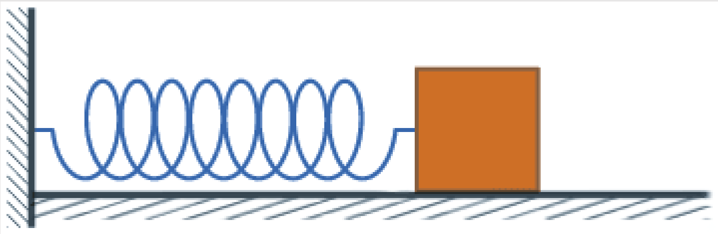
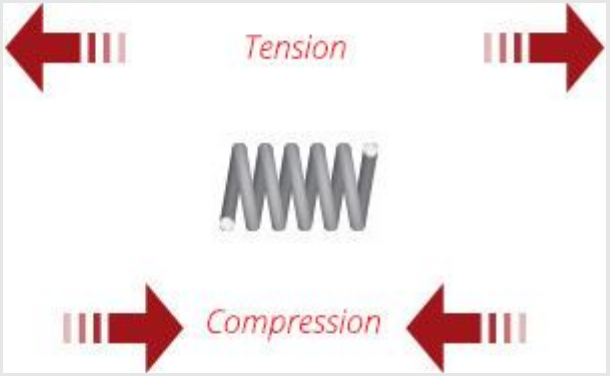
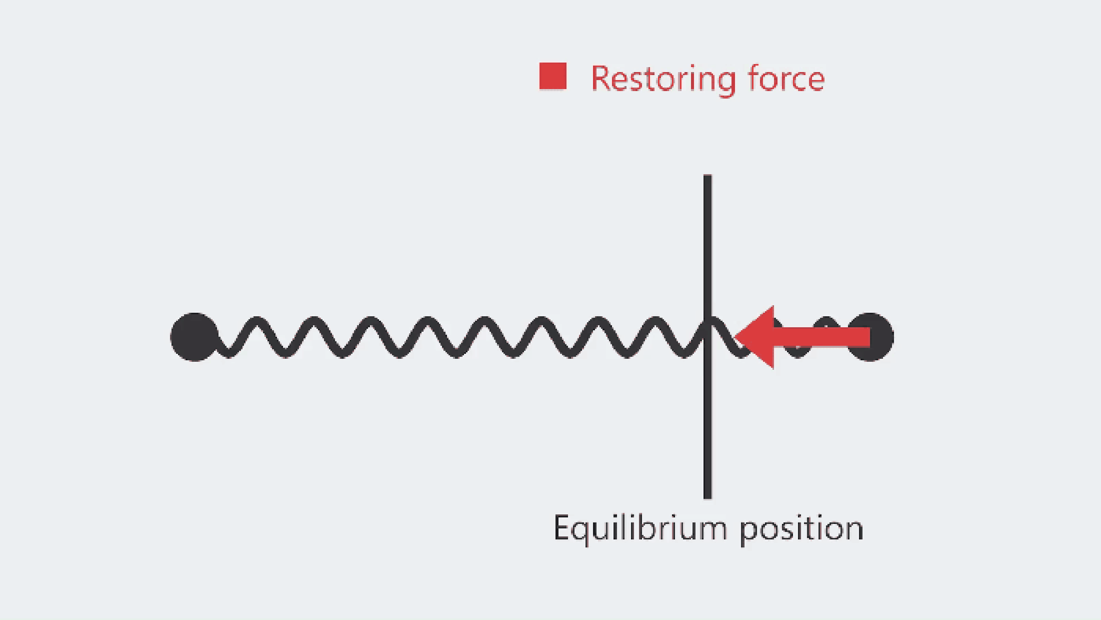


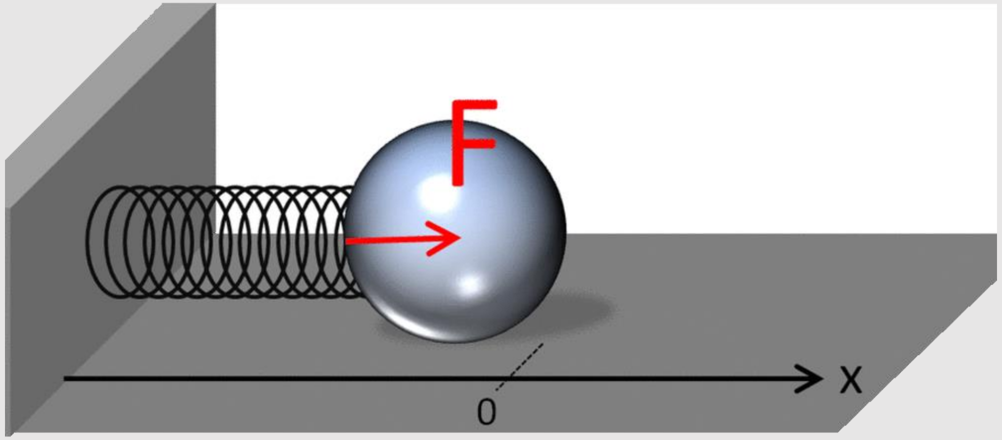


Rezgőmozgás dinamikája



$$F = -D \cdot x$$

Rugó által kifejtett erő



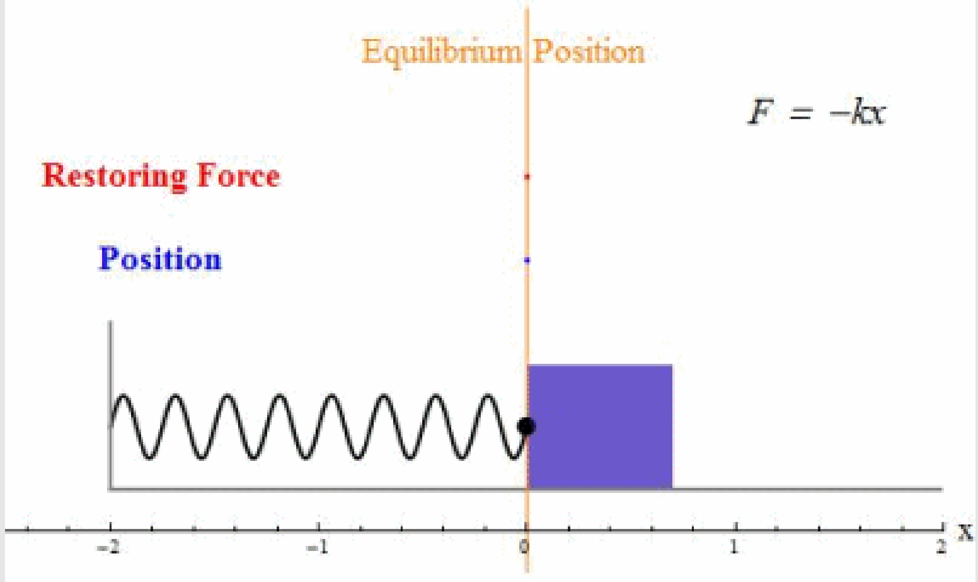
Harmonikus rezgőmozgás:

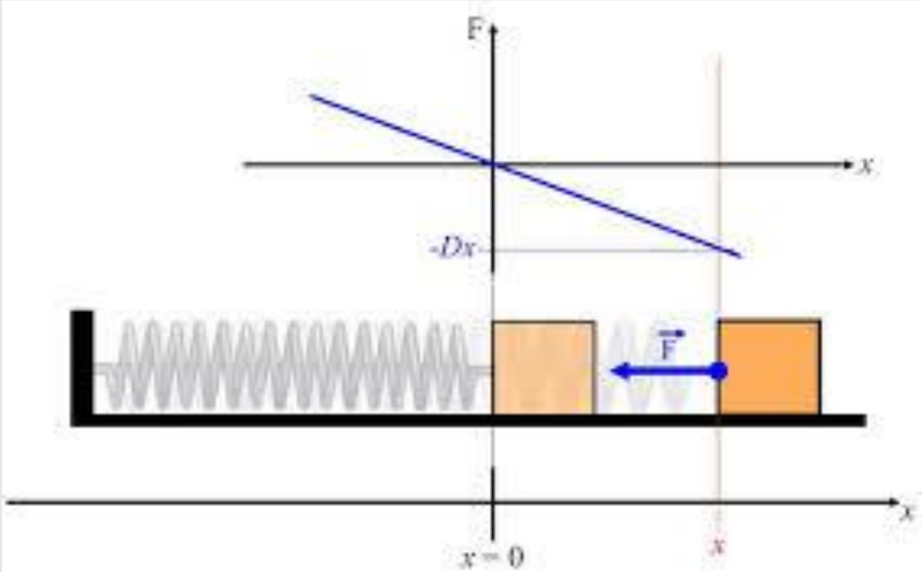
A testre ható erők eredője a nyugalmi helyzettől mért távolsággal (kitéréssel) arányos és mindig a nyugalmi helyzet felé mutat.

$$F = -D \cdot x$$

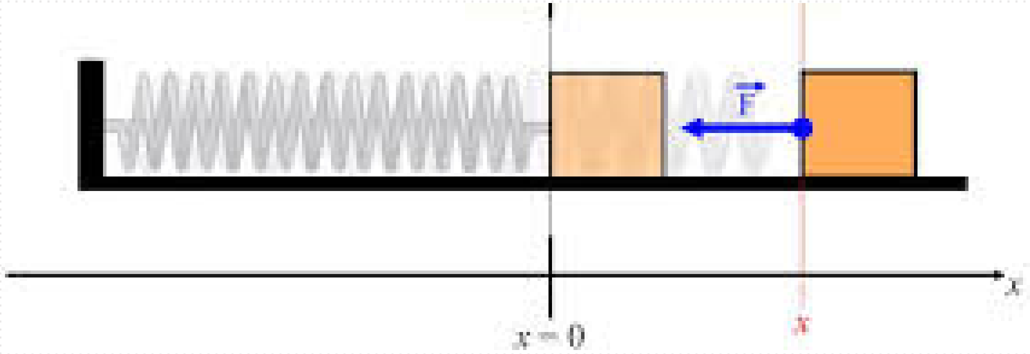
D a rugóra jellemző állandó

$$[D] = \frac{N}{m}$$





Rezgésidő és frekvencia meghatározása



A vízszintes helyzetben a testre ható **eredő erő nagysága** (ha a súrlódás elhanyagolható és x a rugó megnyúlása):

F = - D· x

Newton II. törvénye értelmében:

$$m \cdot a = -D \cdot x$$

Mivel $a = -\omega^2 \cdot x$

Ezt behelyettesítve:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot x = -D \cdot x$$

$$m \cdot \omega^2 = D$$

$$m \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 = D$$

Innen:

$$\boldsymbol{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}$$

$$\boldsymbol{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}}$$

Feladat

Egy függőleges helyzetű rugó felső vége rögzített, az alsóra egy 10 dkg tömegű testet erősítünk. A testet rezgésbe hozva, az 10 másodperc alatt 25 teljes rezgést végez.

a) Mekkora a test rezgésideje, frekvenciája?

b) Mekkora a rugó rugóállandója?

Adatok:

m = 10 dkg=0,1 kg

t= 10 s

<u>N=25 rezgés</u>

f=?

T=?

D=?

a) $f = \frac{rezgések\ száma}{eltelt\ idő} = \frac{25}{10\ s} = 25\frac{1}{s}$

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}4\ s$$

b) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

$$D = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} = 24{,}67\frac{N}{m}$$

Feladat

Egy $120\,\frac{N}{m}$ rugóállandójú rugóra m tömegű testet akasztunk és megvárjuk, hogy az egyensúly beálljon. Ekkor a kitérés 15 cm.

a) Mennyi a test tömege?

b) Mennyi lesz a rezgés frekvenciája, ha testet 5 cm-re kitérítjük az egyensúlyi helyzetéből?

c) Mennyit változik a frekvencia ha a testet 8 cm-re térítjük ki.

Adatok:

$D=120\,\frac{N}{m}$

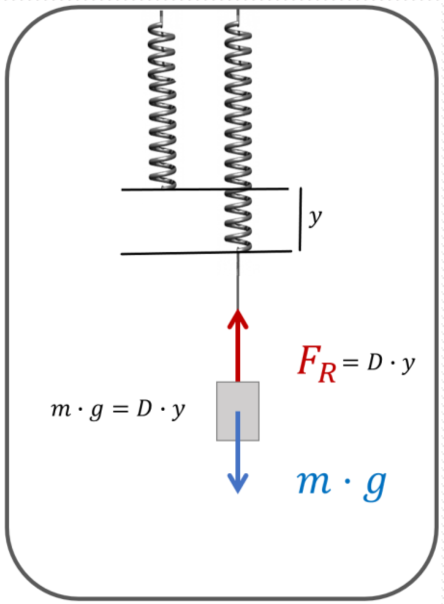
y= 15 cm

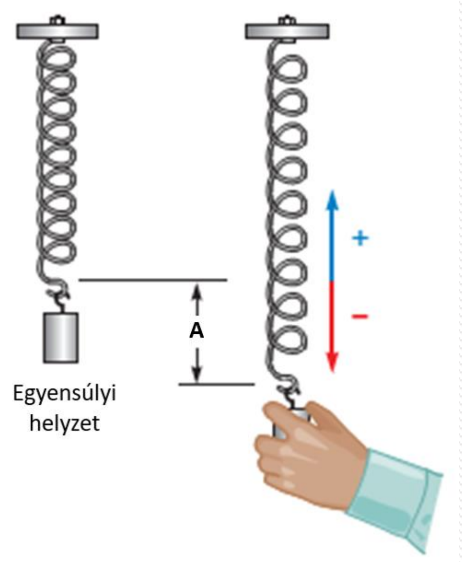
$A_1 = 5\ cm$

$\underline{A_2 = 8\ cm}$

m=?

f= ?





Megoldás:

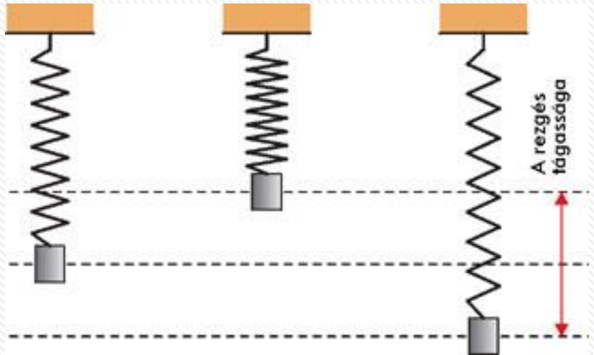
a) Egyensúlyban: $F_e = 0$

$$m \cdot g = D \cdot y$$

$$m = \frac{D \cdot y}{g} = \frac{120\,\frac{N}{m} \cdot 0{,}15m}{10\,\frac{m}{s^2}} = 1{,}8\ kg$$

b) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{120\frac{N}{m}}{1{,}8\ kg}} = 1{,}29\,\frac{1}{s}$

c) A frekvencia nem változik, mert nem függ az amplitúdótól.



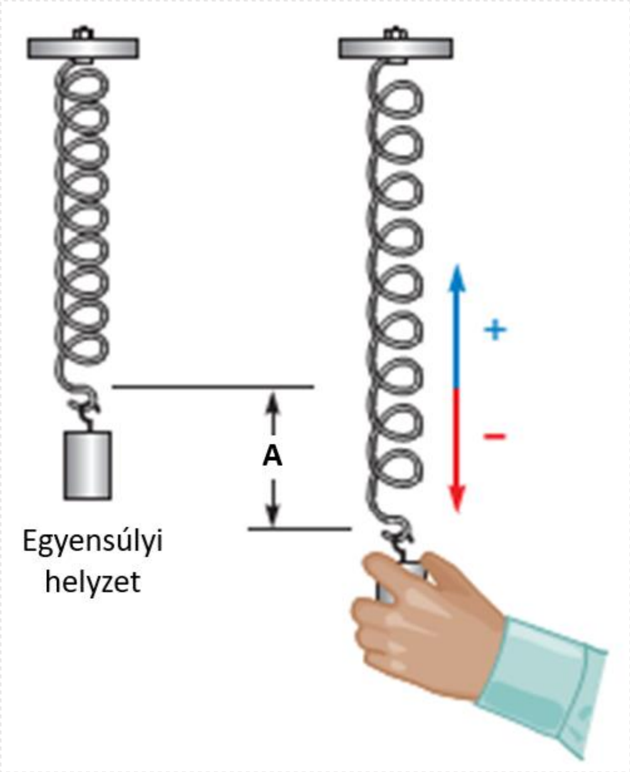
Feladat

Egy $100\,\frac{N}{m}$ rugóállandójú rugóra 2 kg tömegű testet akasztunk a testet egyensúlyi helyzetén túlhúzva a rugó eredeti hosszához képest a megnyúlás 50 cm lesz.

Mennyi lesz a test elengedése után

a) a rezgés amplitúdója

b) frekvenciája?



Adatok:

D=$100\,\frac{N}{m}$

y_2=50 cm

<u>m= 2 kg</u>

A=?

f=?

Megoldás:

a) Az amplitúdó megegyezik a nyugalmi helyzettől való eltérés nagyságával:

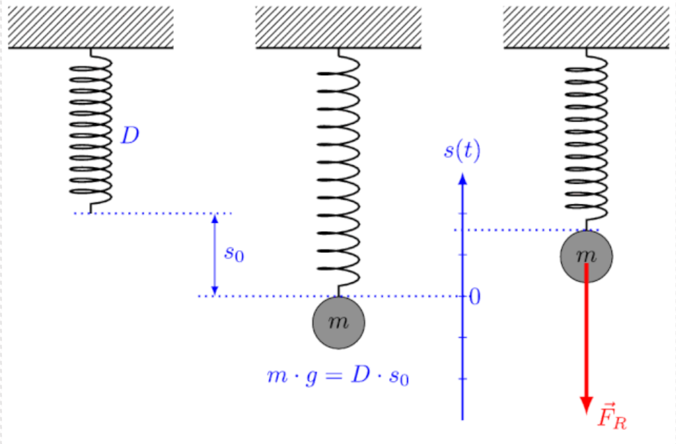
$$D \cdot y = m \cdot g$$

$y = \frac{m \cdot g}{D} = \frac{2kg \cdot 10\frac{m}{s^2}}{100\frac{N}{m}} = 0{,}2\,m = 20\,cm$ lesz

a rugó megnyúlása az egyensúlyi helyzet beállását követően.

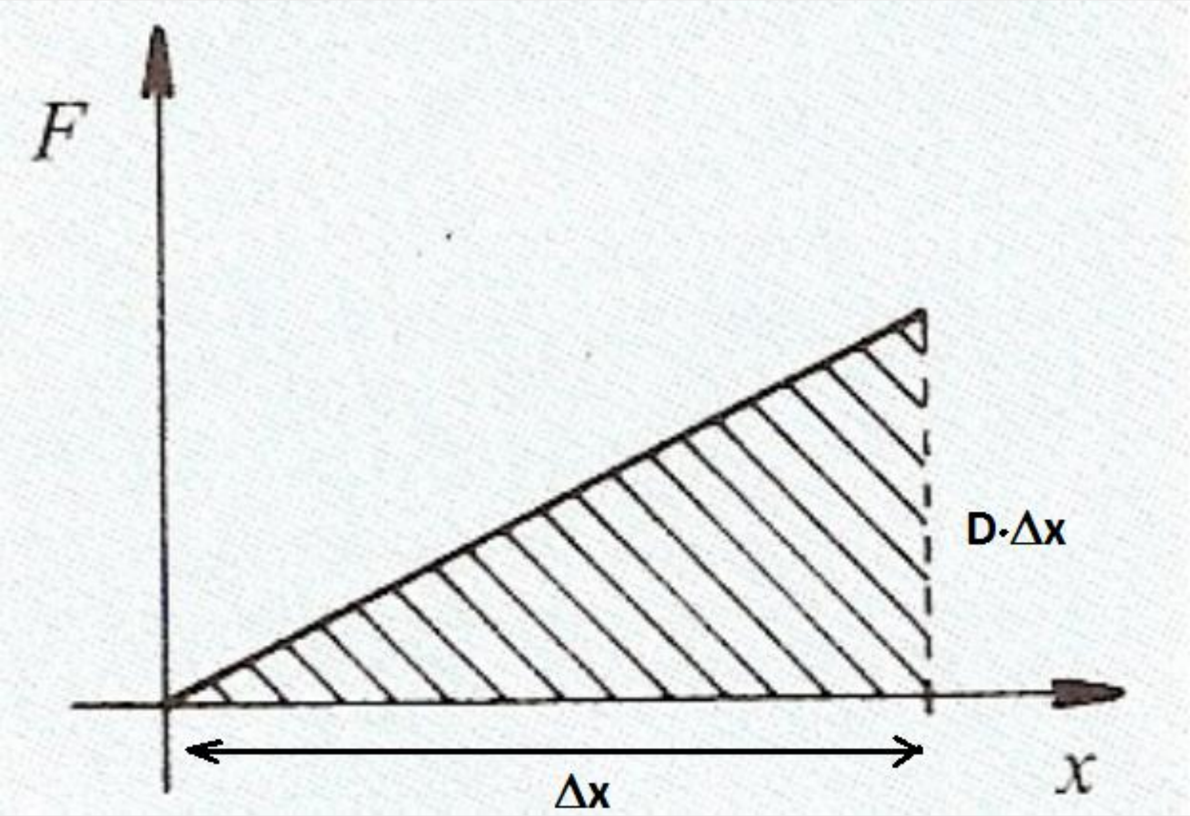
Az amplitúdó $50\,cm - 20\,cm = 30\,cm$

b) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100\frac{N}{m}}{2\,kg}} = 1{,}125\,\frac{1}{s}$



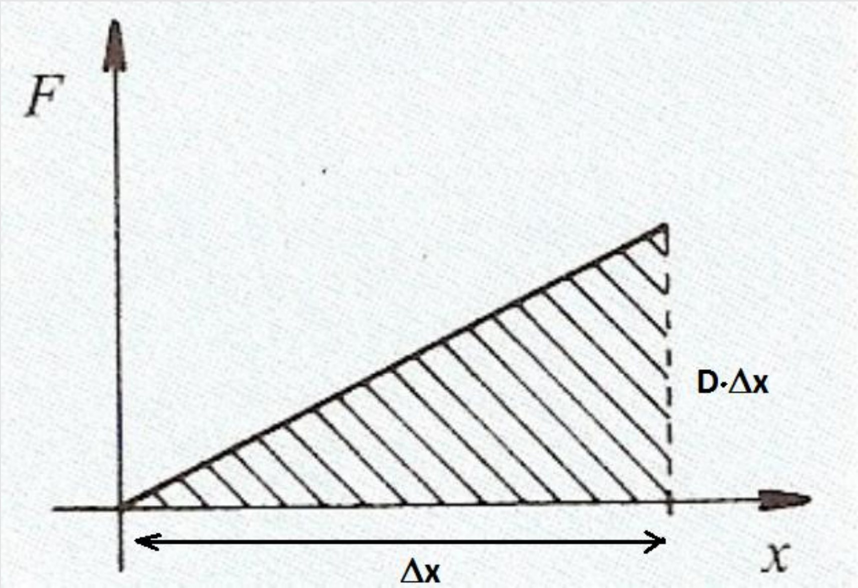
Rugó megnyújtásához szükséges erő ábrázolása a megnyúlás függvényében

- A rugó megnyújtásakor és összenyomásakor a rugóban erő ébred.
- **A rugóban fellépő erő egyenesen arányos a hosszváltozásával, az arányossági tényező a rugóállandó. Nekünk $F = D \cdot \Delta x$ erőt kell kifejtenünk a rugó Δx-el történő megnyújtásához.**



Mennyi munkát végzünk a rugó megnyújtásakor?

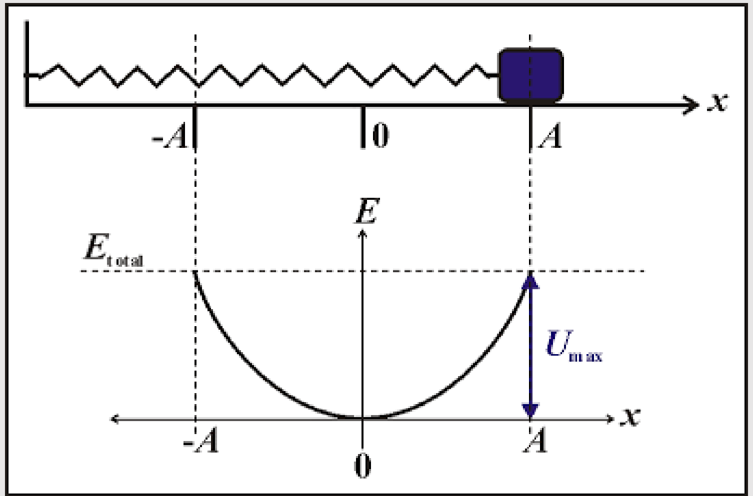
A rugó nyújtásakor egyre nagyobb erőt kell kifejtenünk. **Nem állandó erő munkájáról van szó!**



$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x^2$$

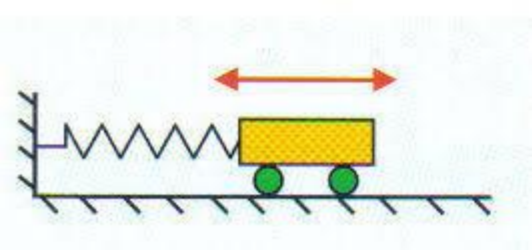
A megfeszített vagy összenyomott rugónak potenciális energiája van, ami megegyezik a rugón végzett munkával:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x^2$$



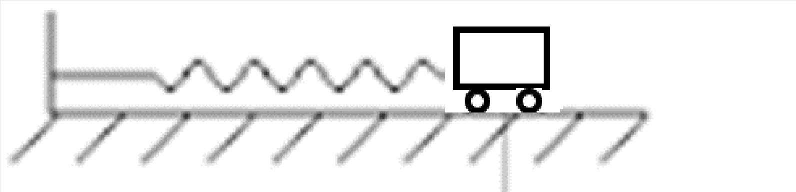
- Ha az erőt ábrázoljuk az elmozdulás függvényében, akkor a görbe alatti terület mérőszáma megegyezik **a végzett munka nagyságával**

Rezgő test energiája

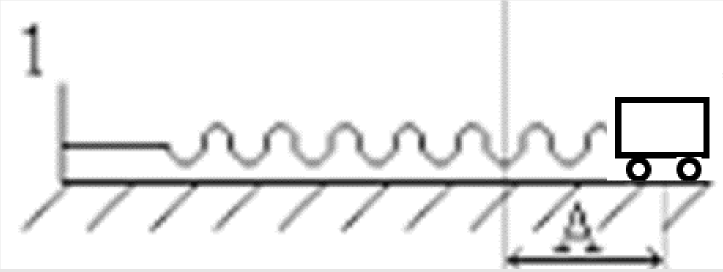


Vízszintes asztalon lévő rugóra akasztott könnyen mozgó kiskocsit kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből.

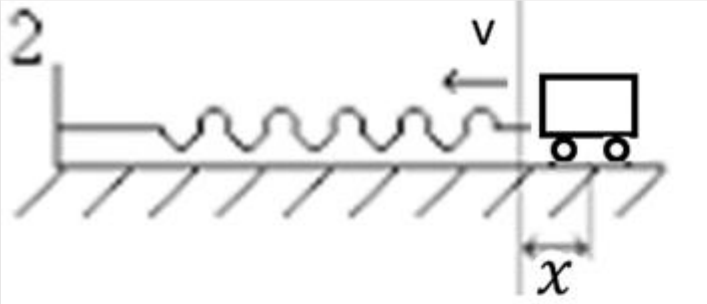
A kocsi első elmozdítása közben **munkát végzünk.** Ez a feszítési munka a rugó rugalmassági energiáját növeli. A kocsi mozgása során a rugalmassági energia átalakul mozgási energiává és fordítva. **A rendszer összes energiája ideális körülmények között állandó.**



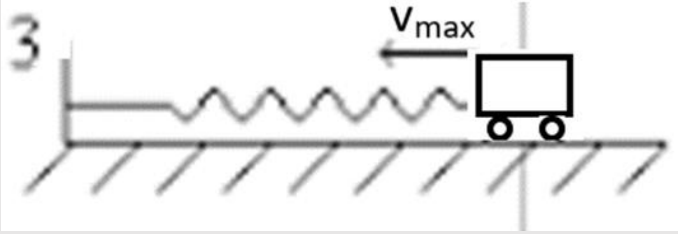
A nyugalmi helyzetben lévő kocsit A távolságra húzzuk a nullhelyzettől.



$E_{összes} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$ v = 0



$E_{ö} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$



$E_{ö} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2$ x = 0