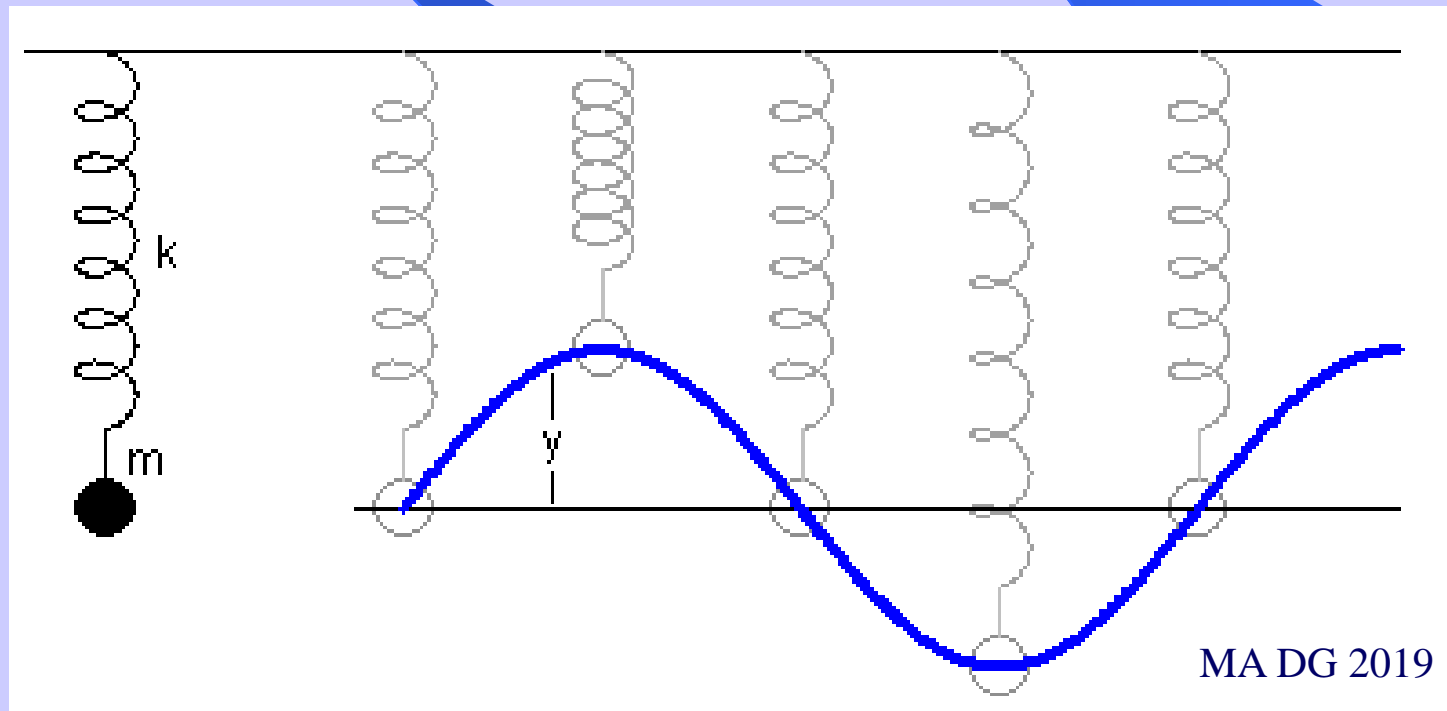
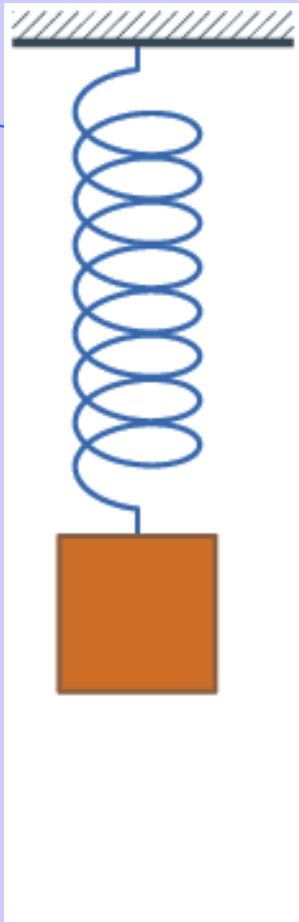


Rezgőmozgás



mozgásfajták

haladó mozgás

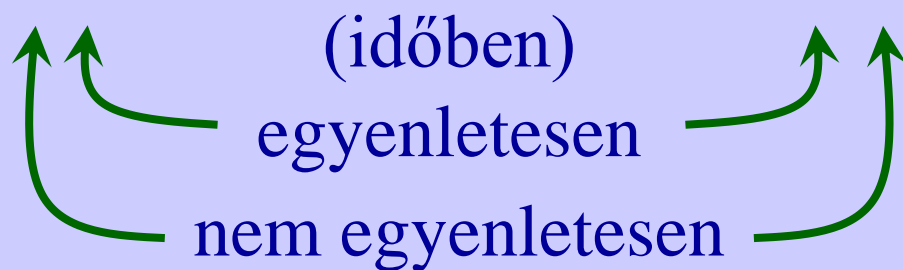
- egyenletes
- változó

*körmozgás,
forgó mozgás*

- egyenletes
- változó

***rezgőmozgás,
hullámmozgás***

- harmonikus
- anharmonikus

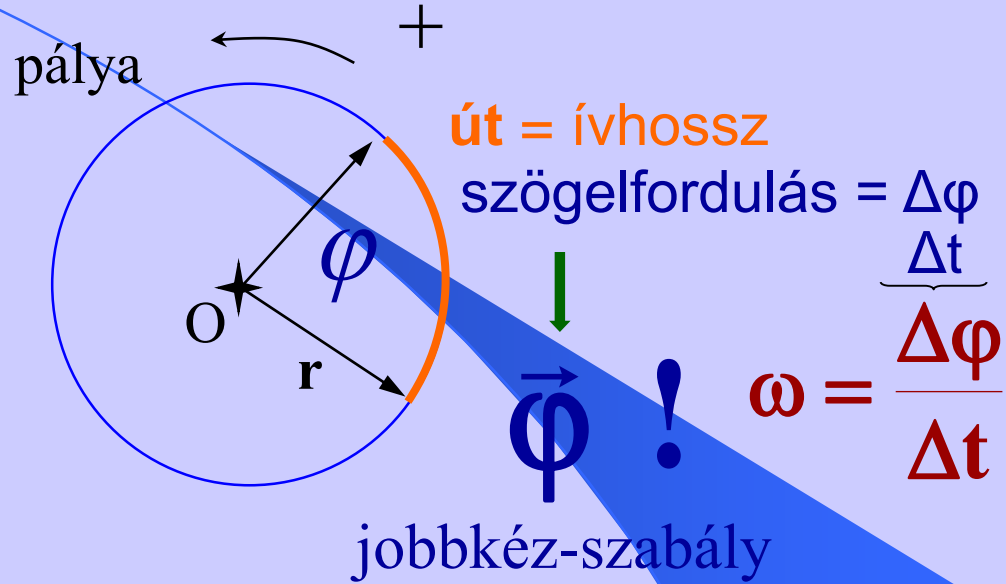
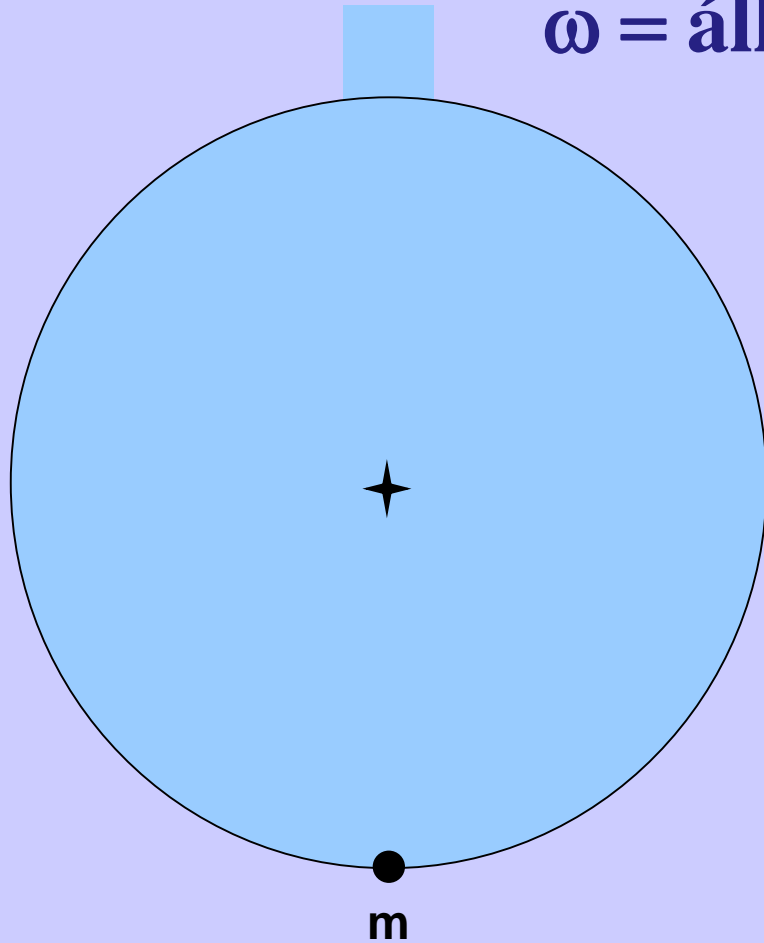


pl. : haladó mozgás :

pl. vonat a sinen, gyalogos a járdán, stb...

körmozgás :
 → egyenletes
 → egyenletesen gyorsuló (lassuló)

egyenletes körmozgás :
 $\omega = \text{áll.}$



periódusidő : T

fordulatszám : $f \rightarrow 1/T$

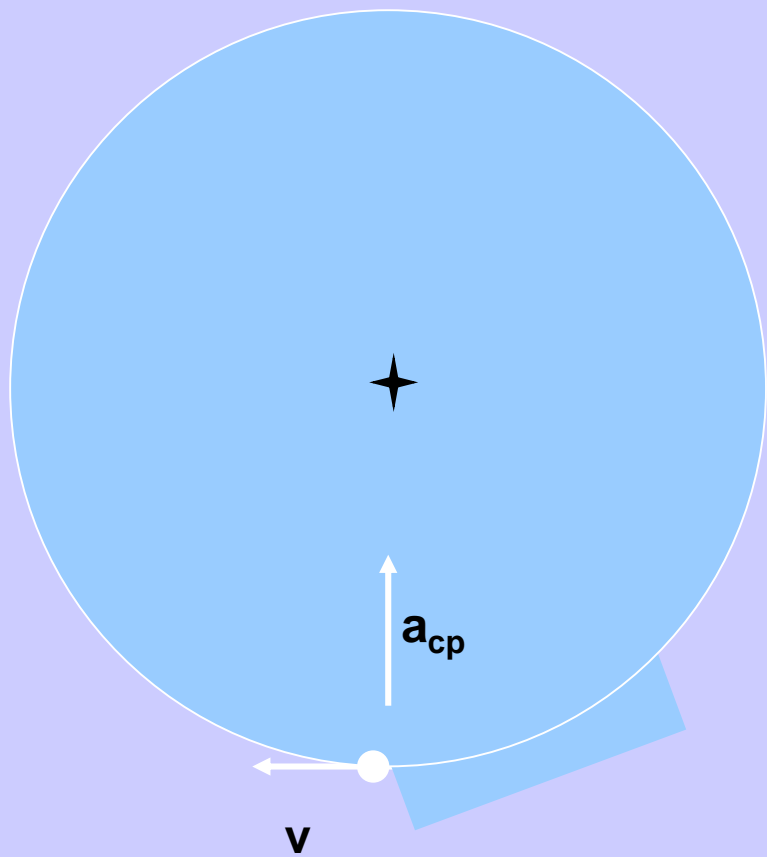
szögsebesség : $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$

$$\varphi = \omega \cdot t$$

$$s = r \cdot \varphi$$

$$v = r \cdot \omega$$

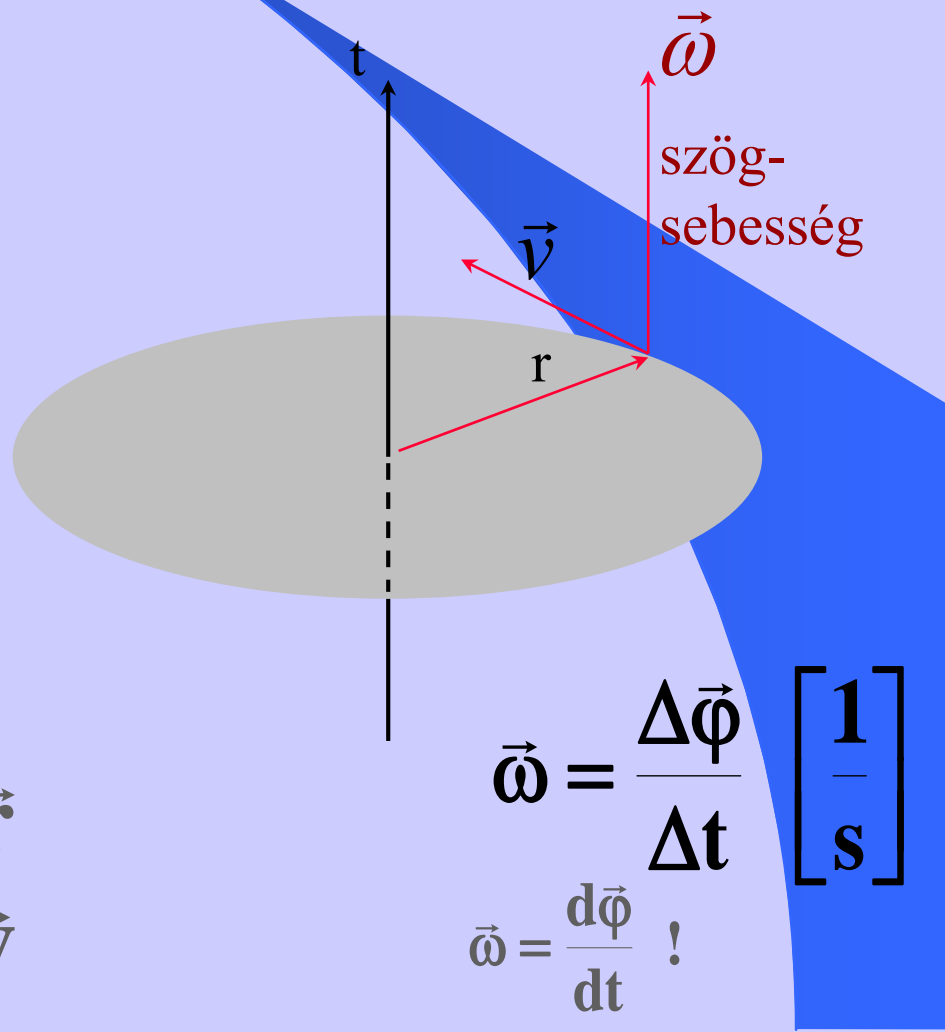
$a_t = 0$, de $a_{cp} \neq 0$:



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v}$$

$\vec{\phi} !$



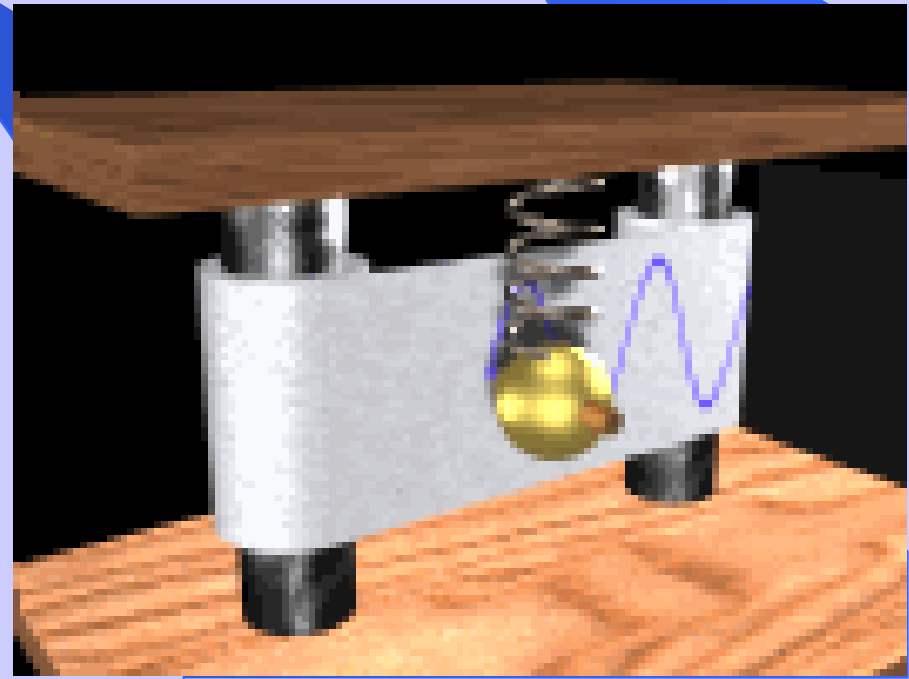
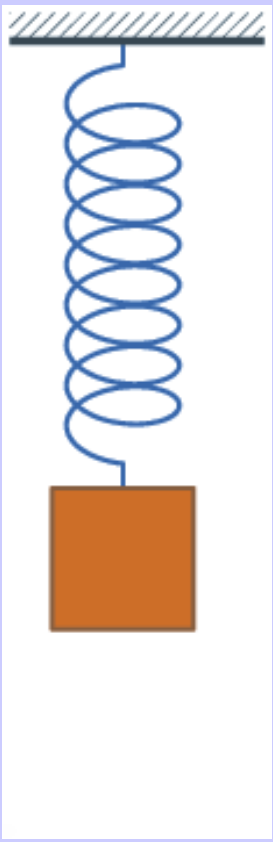
$$\vec{\omega} = \frac{\Delta \vec{\phi}}{\Delta t} \quad \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} !$$

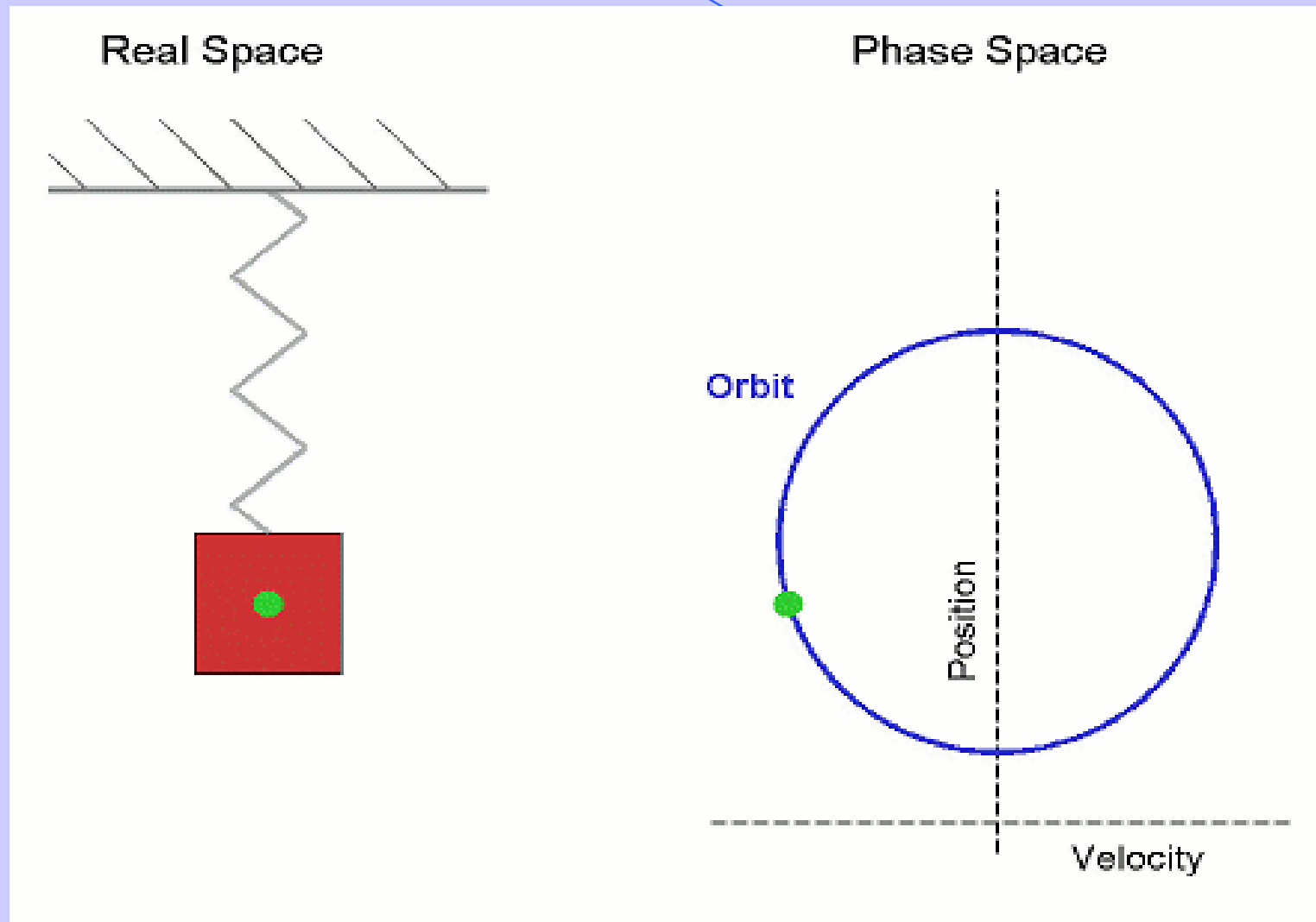
Harmonikus rezgőmozgás

A kitérés az időnek szinuszos függvénye.

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

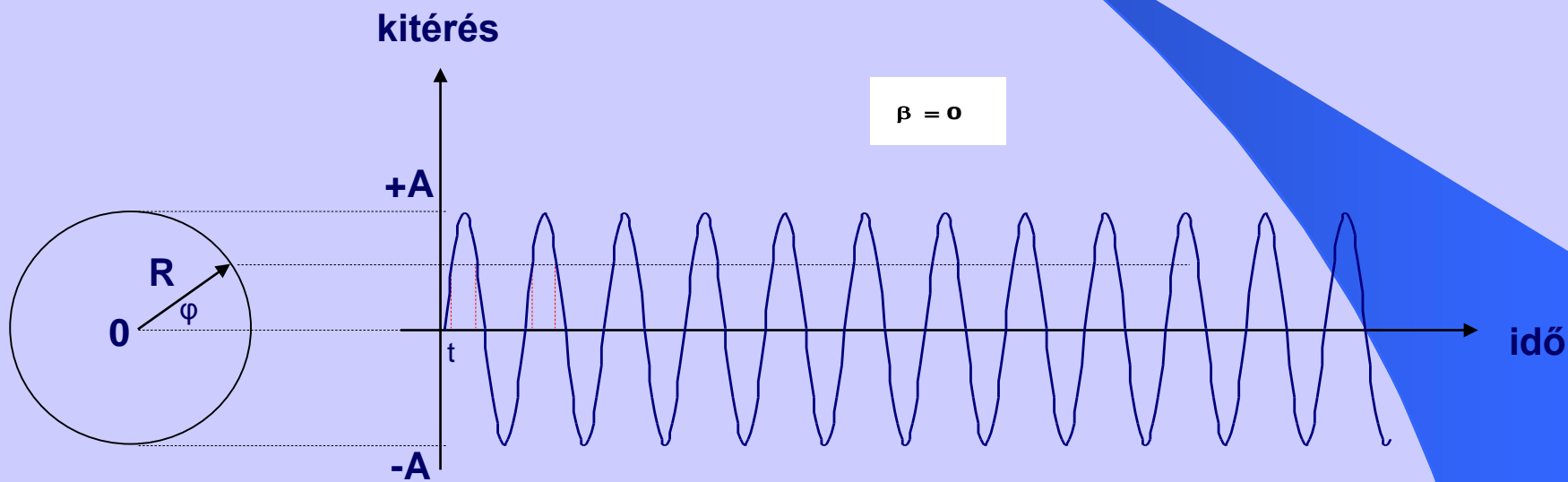


Harmonikus rezgőmozgás és az egyenletes körmozgás kapcsolata



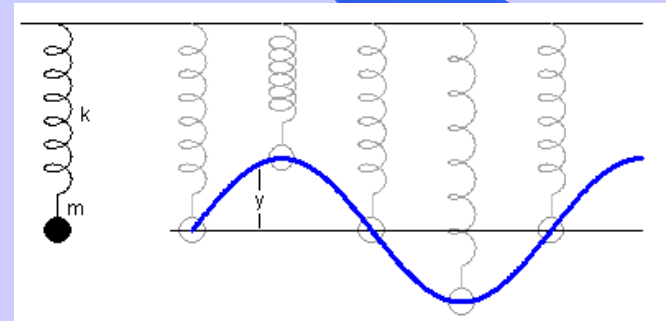
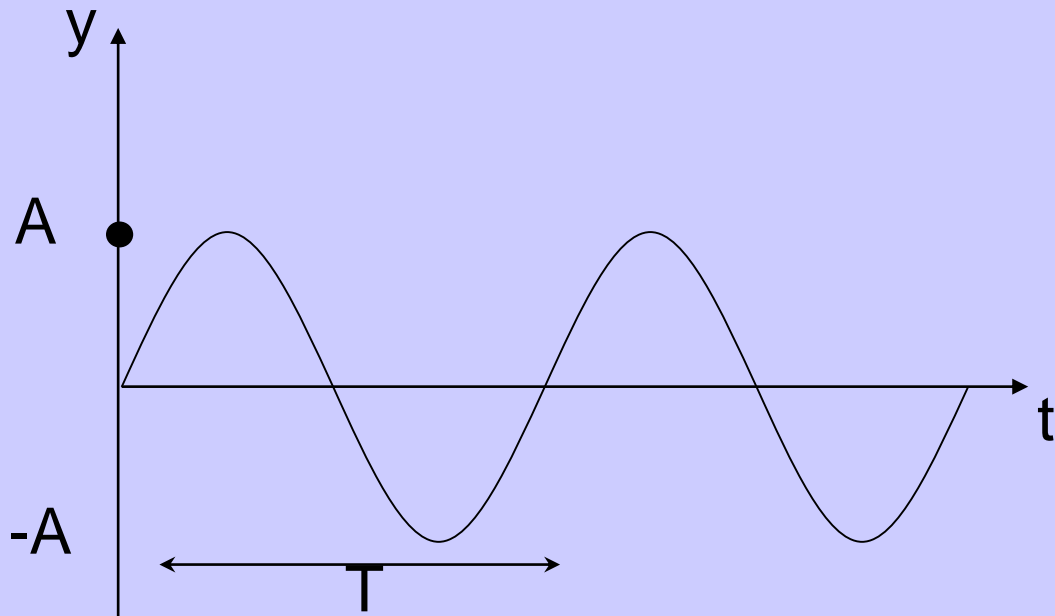
Az egyenletes körmozgást végző pont merőleges vetülete harmonikus rezgőmozgást végez.

A harmonikus rezgőmozgás és egyenletes körmozgás kapcsolata :



Hogyan függ a kitérés az időtől?

Határozzuk meg az $y(t)$ függvényt!



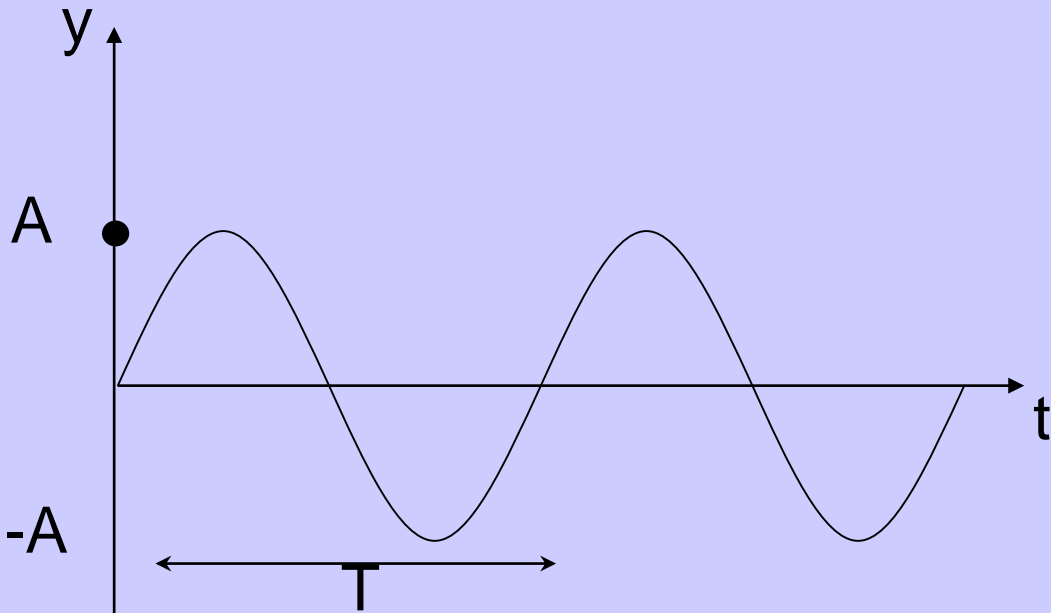
Harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont kitérését leíró függvény

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

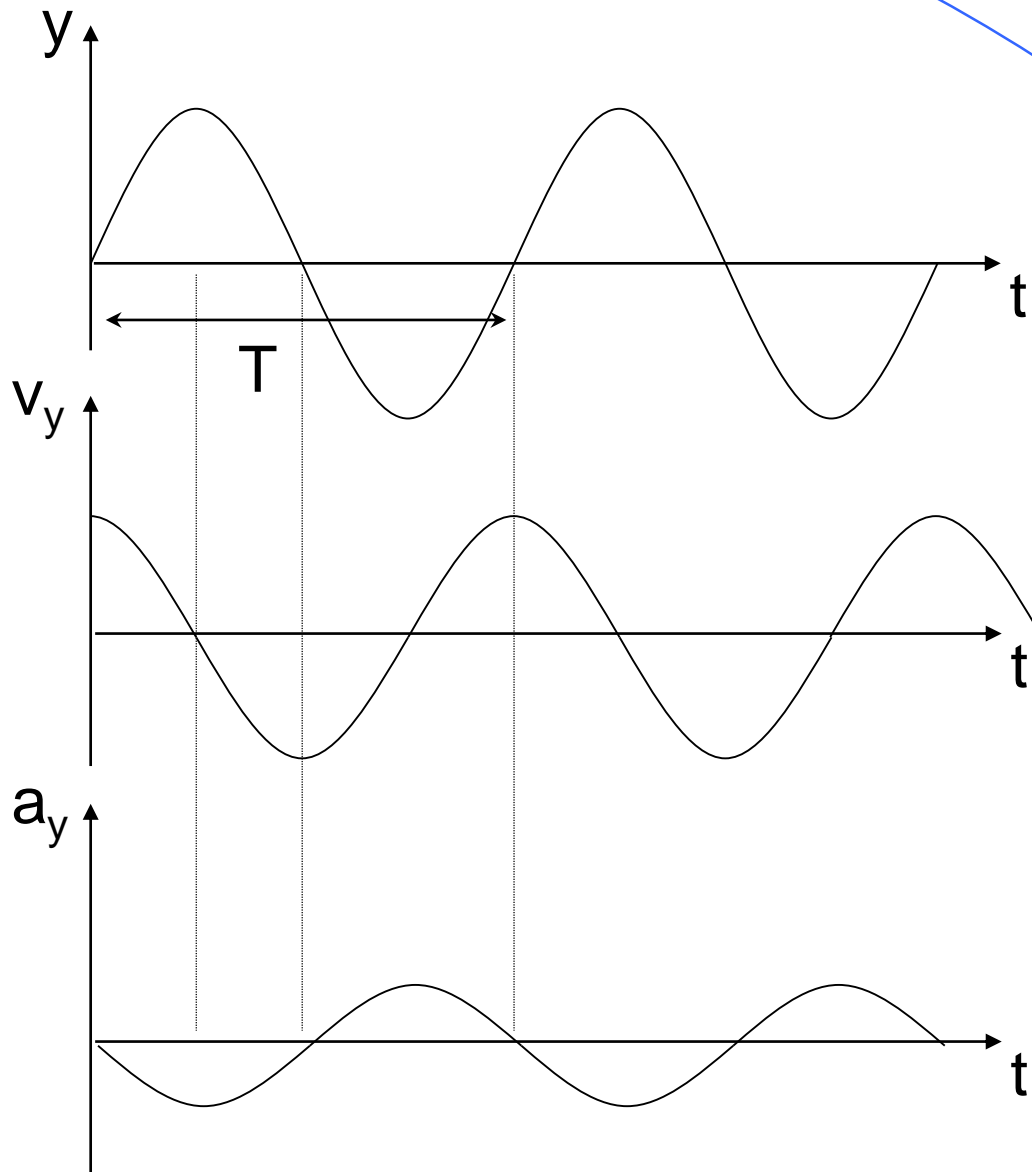
↑
amplitúdó

↑
körfrekvencia

$T =$ periódusidő
rezgésidő
 $f = 1/T$
frekvencia



A kitérés, sebesség és gyorsulás időtől való függése



$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\mathbf{v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}$$

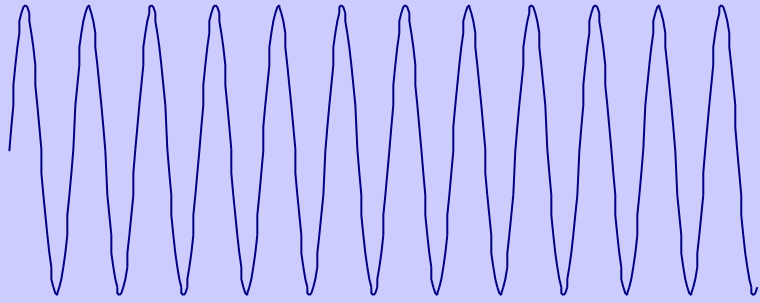
$$\mathbf{a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

csillapodó rezgés :

video

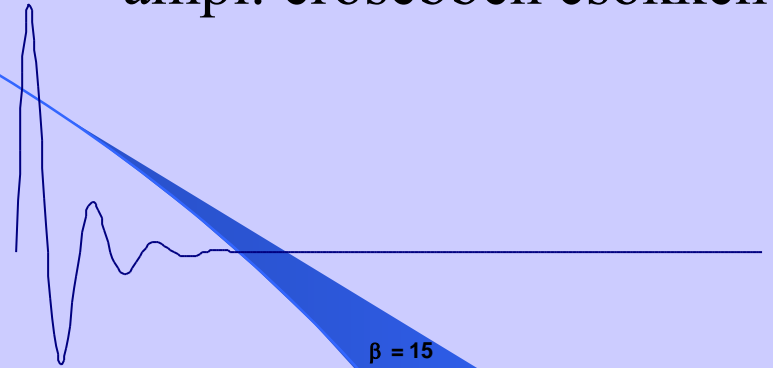
$\beta = 0$

harmonikus



$\beta = 0.4$

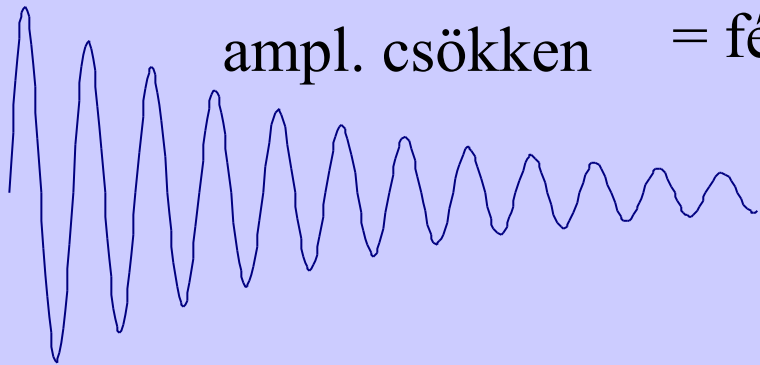
ampl. erőbben csökken



$\beta = 0.1$

csillapítási tényező

ampl. csökken = fékezés

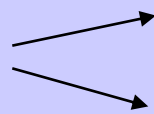


$\beta = 15$

aperiodikus
határeset



rezgések összeadása



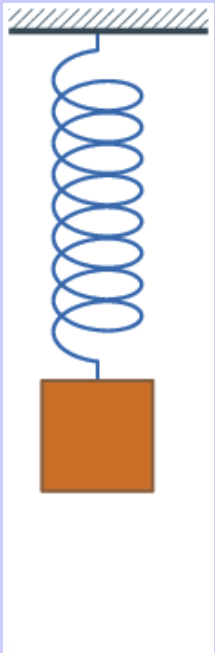
párhuzamos
merőleges

kísérlet : rezgések összeadása →



Fizdemo.exe

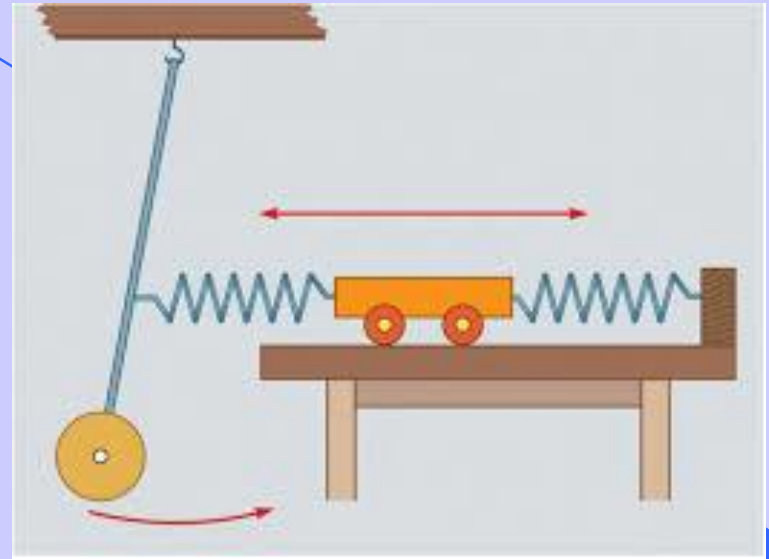
Saját rezgés, szabad rezgés



- Ha egy rezgésre képes rendszert egy lökészerű erőhatással hozunk mozgásba és magára hagyjuk, akkor a rendszerre jellemző rezgésidővel **szabad rezgést**, más néven **saját rezgést végez**.
- A rezgés periódusideje, saját frekvenciája:
- $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$
- m a rugóra akasztott test tömege
- D a rugóra jellemző állandó

Kényszerrezgés, rezonancia

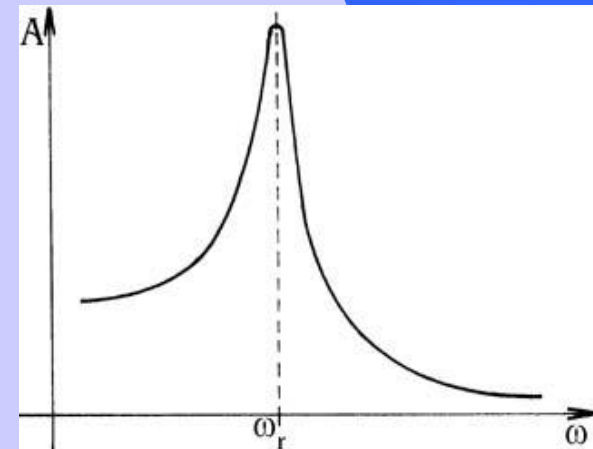
- Amikor a rezgő rendszer egy külső gerjesztő hatásnak megfelelően kénytelen rezegni, **kényszerrezgést** végez.
- Ekkor nem a saját rezgésének frekvenciájával rezeg.



- Ha a kényszerítő rezgés frekvenciája megegyezik a rezgés saját frekvenciájával **rezonancia** lép fel.

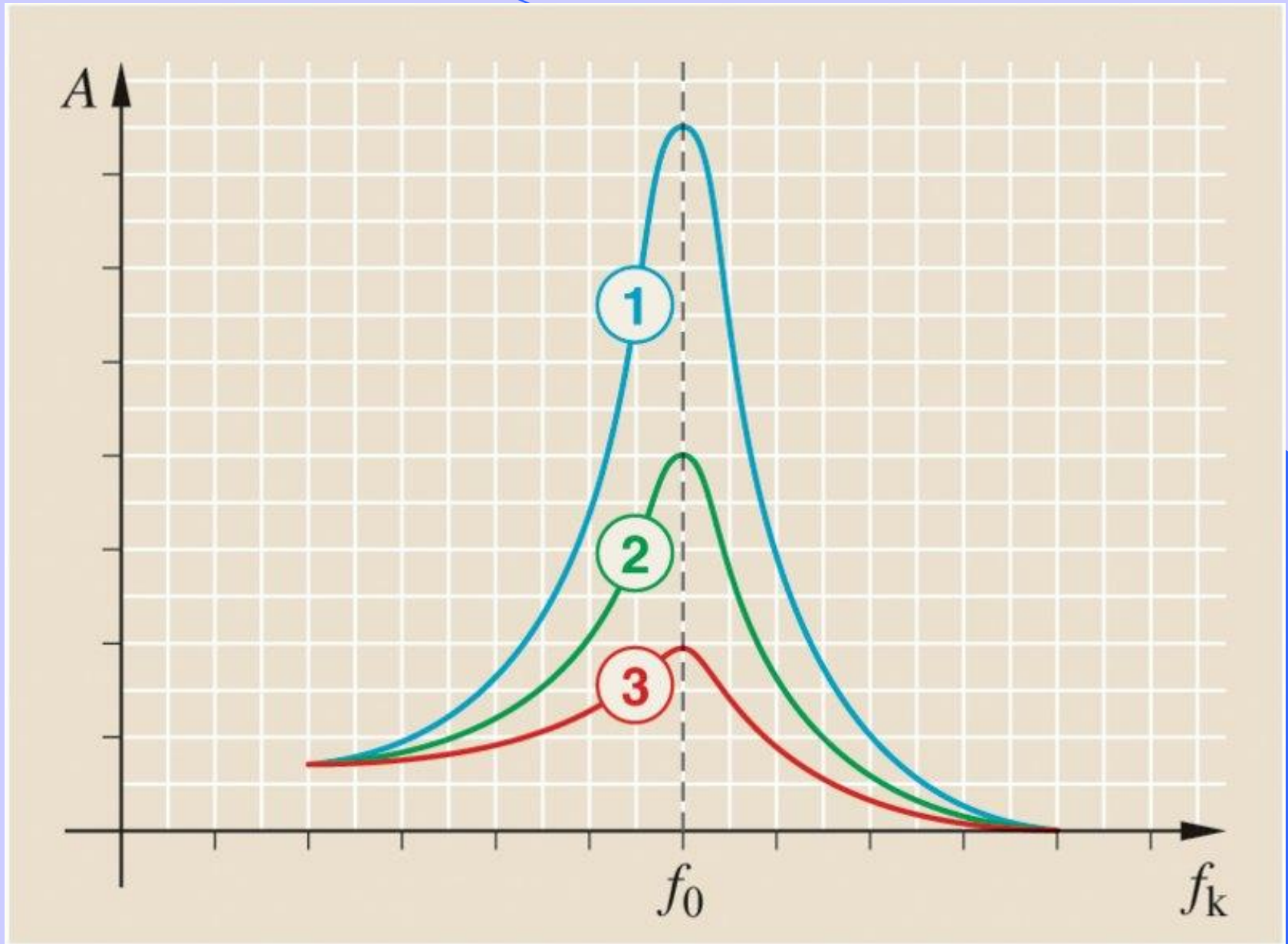
Rezonancia

- Ha a kényszerrezgés frekvenciája közel azonos a saját szabad rezgésének frekvenciájával (sajátfrekvencia), akkor rezgésének amplitúdója nagyon megnő.
- Ez a **rezonancia** jelensége. Ilyenkor az amplitúdó olyan nagymértékben megnőhet, hogy a rezgő rendszer tönkremegy. Ez a jelenség a **rezonancia-katasztrófa**. Pl. Takoma-híd leomlása.



Rezonancia

video



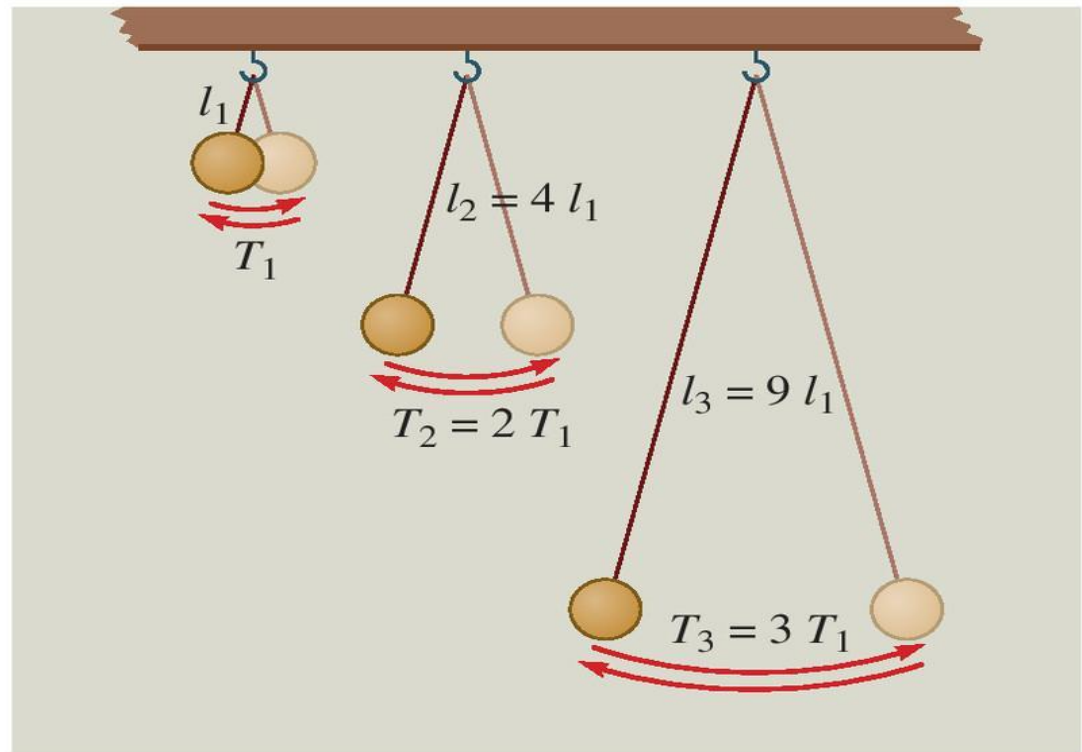
Fonálinga

- A fonálinga, ha kilendítjük szintén szabad lengést végez.
- **Lengésideje nem függ a kitérésétől, és a lengő test tömegétől sem. Csak a fonal hosszától (l) és a gravitációs erőttől, gravitációs gyorsulástól (g) függ.**

□ A lengésidő:

$$□ T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Ha $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 4 : 9$, akkor $T_1 : T_2 : T_3 = 1 : 2 : 3$

Következmények:

- Ha a fonal hosszabb, a lengésidő is hosszabb lesz.
- Ha a lengő testre ható gravitációs erő, és gyorsulás kisebb (pl. a Holdon), akkor a lengés ideje hosszabb lesz.
- Mivel a lengőmozgás lengésideje a Föld gravitációs terében csak az inga hosszától függ, időmérésre lehet használni. (Ingaóra)

Rezgőmozgás és lengőmozgás a gyakorlatban

- **Példák rezgőmozgásra, rugó felhasználására:**

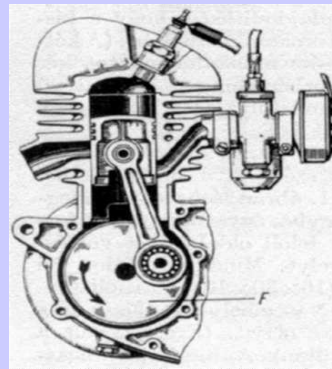
- Járművek kerekeinek ütődéseit rugók csillapítják. (lengéscsillapító)
- Hangszerek: gitárhúr, dob felülete, cintányér,...stb rezgőmozgást végeznek, a kiadott hang magassága függ a rezgés frekvenciájától.
- felhúzó rugós órák

- **Példa ingamozgásra:**

- Ingaórák, hinta

- **Példák rezonanciára:**

- Szellőkések hatására berezonálhatnak az ablaküvegek.
- Ha az autóban kilazult egy csavar, bizonyos motorfordulatszámnál (frekvenciánál) berezonál a motor, vagy az autó egy alkatrésze.
- Hidakon nem szabad katonáknak egyszerre lépve menni.



Feladat 1.

Egy varrógép le –fől járkáló tűje harmonikus rezgőmozgást végez. 180 öltést végez percenként. Varrás közben a tű hegye 2 cm-el emelkedik az anyag fölé, illetve 2 cm-el süllyed alá.

- Mekkora sebességgel dőfi át a tű a szövetet?*
- Mekkora a tű gyorsulásának legnagyobb értéke?*
- Mekkora a tű hegyének kitérése, sebessége, gyorsulása az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után 0,15 másodperccel?*



$$n=180$$

$$\Delta t=60 \text{ s}$$

$$A = 2 \text{ cm}$$

$$\underline{t=0,15 \text{ s}}$$

$$v_{max}=?$$

$$a_{max}=?$$

$$y(t)=?$$

$$v(t)=?$$

$$a(t)=?$$

Feladat 1 megoldása



a) Mekkora sebességgel dőfi át a tű a szövetet?

Átdöfésakor a sebesség maximális:

$$v_{max} = A \cdot \omega$$

$$n=180$$

$$\Delta t=60 \text{ s}$$

$$A = 2 \text{ cm}$$

$$\underline{t=0,15 \text{ s}}$$

$$v_{max}=?$$

$$a_{max}=?$$

Mennyi a frekvencia(f)?

$$f = \frac{180}{1 \text{ min}} = \frac{180}{60 \text{ s}} = 3 \frac{1}{\text{s}}$$

A körfrekvencia: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 18,84 \frac{1}{\text{s}}$

$$v_{max} = A \cdot \omega = 0,02 \text{ m} \cdot 18,84 \frac{1}{\text{s}} = 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mekkora a tű gyorsulásának legnagyobb értéke?

$$a_{max} = A \cdot \omega^2 = 7,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Feladat 1 megoldása

$$n=180$$

$$\Delta t=60 \text{ s}$$

$$A = 2 \text{ cm}$$

$$t=0,15 \text{ s}$$

$$y(t)=?$$

$$v(t)=?$$

$$a(t)=?$$

b) Mekkora a tű hegyének kitérése, sebessége, gyorsulása az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után 0,15 másodperccel?

Az alábbi egyenletekbe kell behelyettesíteni

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

ahol $A=0,02 \text{ m}$, $\omega = 18,84 \frac{1}{\text{s}}$, $t=0,15 \text{ s}$

A szöveget,

az $\omega \cdot t$ értékeket ívmértékben (radiánban) kell megadni!

$$1 \quad \omega \cdot t = 18,84 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,15 \text{ s} = 2,826$$

$$\sin(\omega \cdot t) = \sin(2,826) = 0,3104$$

$$\cos(\omega \cdot t) = \cos(2,826) = -0,9506$$

Ezeket felhasználva:

$$y(0,15 \text{ s}) = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, v(0,15 \text{ s}) = -0,358 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a(0,15 \text{ s}) = 2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Feladat 2.

Egy függőleges helyzetű rugó felső vége rögzített, az alsóra egy 10 dkg tömegű testet erősítünk. A testet rezgésbe hozva, az 10 másodperc alatt 25 teljes rezgést végez.

a) Mekkora a test rezgésideje, frekvenciája?

b) Mekkora a rugó rugóállandója?

Feladat 2 megoldása

$$m = 10 \text{ dkg} = 0,1 \text{ kg}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$\underline{N=25 \text{ rezgés}}$$

$$f = ?$$

$$T = ?$$

$$D = ?$$

$$a) f = \frac{\text{rezgések száma}}{\text{eltelt idő}} = \frac{25}{10 \text{ s}} = 2,5 \frac{1}{\text{s}}$$

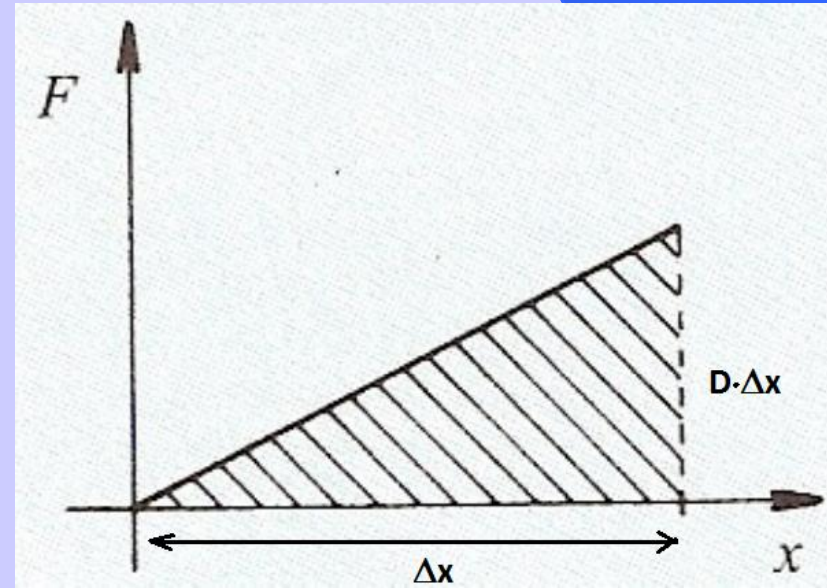
$$T = \frac{1}{f} = 0,4 \text{ s}$$

$$b) T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$D = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} = 24,67 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Rugóerő munkája

- Rugóerő munkája A rugó megnyújtásakor és összenyomásakor a rugóban erő ébred.
- **A rugóban fellépő erő egyenesen arányos a hosszváltozásával, az arányossági tényező a rugóállandó. $F_r = D \cdot \Delta x$**
- Ha a rugóban fellépő erőt ábrázoljuk a megnyúlás függvényében, akkor az origóból kiinduló félegyenest kapunk.

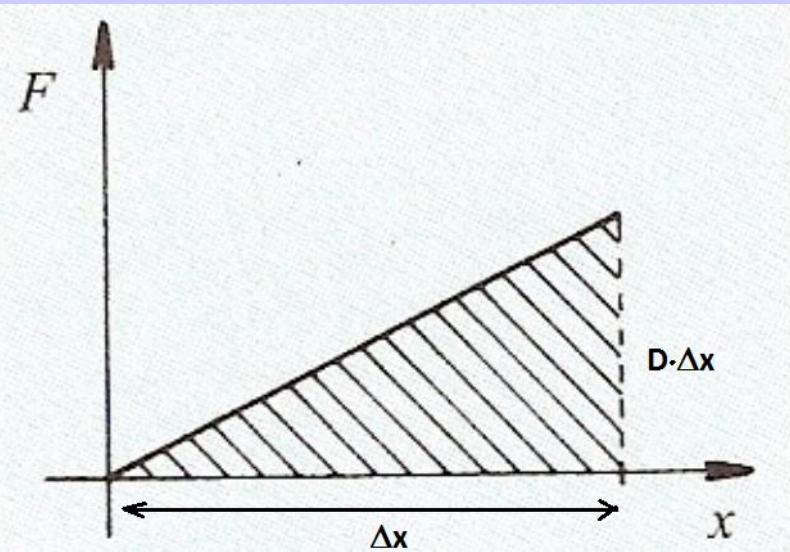


Nem állandó erő munkájáról van szó!

$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x^2$$

A megfeszített vagy összenyomott rugónak potenciális energiája van, ami megegyezik a rugón végzett munkával:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x^2$$



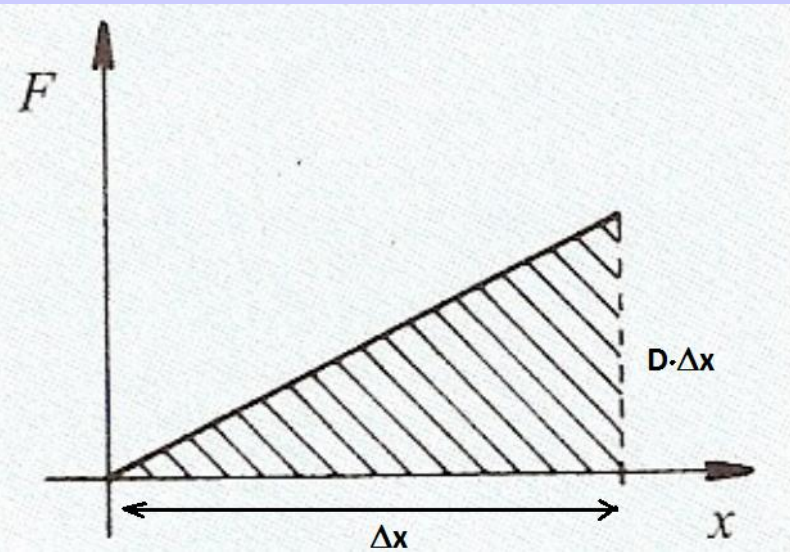
- Ha az erőt ábrázoljuk az elmozdulás függvényében, akkor a görbe alatti terület mérőszáma megegyezik a végzett munka nagyságával.

Nem állandó erő munkájáról van szó!

$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x$$

A megfeszített vagy összenyomott rugónak potenciális energiája van, ami megegyezik a rugón végzett munkával:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \Delta x$$



- Ha az erőt ábrázoljuk az elmozdulás függvényében, akkor a görbe alatti terület mérőszáma megegyezik a végzett munka nagyságával.