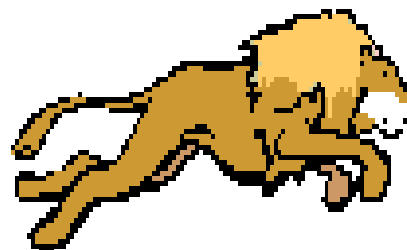


A composite image featuring Isaac Newton. He is shown from the chest up, wearing a red robe and a white cravat, holding a long telescope. The background is a dark blue-green space scene with a bright sun, planets, and a tree with red apples. In the foreground, there is a table with a book and a telescope on a stand.

Dinamika alapjai. Newton törvényei

Mozgásban lévő testek



Lendület

A lendület (impulzus) a test tömegének és sebességének szorzata a test mozgásállapotát dinamikai szempontból jellemző fizikai mennyiség.

Jele : p (régebben I)

Mértékegysége : $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$p = m \cdot v$$



A lendület vektormennyiség, iránya megegyezik a test mozgásának irányával.

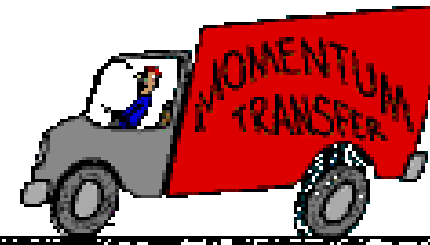
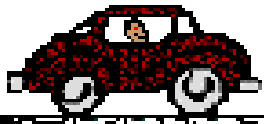
Lendületmegmaradás

Car

mass (kg)	1000
vel. (m/s)	20.0
mom. (kg m/s)	20 000

Truck

mass (kg)	3000
vel. (m/s)	-20.0
mom. (kg m/s)	-60 000



A zárt rendszer, egy olyan feltételezett rendszer, ahol csak a rendszert alkotó testek egymásra gyakorolt hatása érvényesül, a környezet hatása elhanyagolható.

Zárt rendszert alkotó testek lendületének összege állandó. A zárt rendszerben levő test lendülete csak úgy változhat meg, hogy a rendszert alkotó testek lendületváltozásának összege nulla.

Gondolkodtató kérdések

Kérdés: Egy locsolóautó változatlan sebességgel mozog, miközben portalanítja az úttestet. Változik-e a lendülete?

Válasz: Igen, mert a lendület a sebesség és a tömeg szorzata, és locsolás közben csökken az autó tömege.

Kérdés: Megváltozik-e a Föld lendülete egy magasugró elrugaszkodása közben?

Válasz: A lendületmegmaradás törvénye szerint igen, de ez nem érzékelhető a tömegek aránya miatt. A magasugró tömege elhanyagolható a Föld tömegéhez képest.

Feladatok

64/6 Egy puska 800 m/s sebességgel lő ki egy 30 g tömegű lövedéket. Mekkora sebességgel rúg vissza a puska, ha tömege a lövedék nélkül 6 kg?

A puskából és a lövedékből álló rendszer kezdeti energiája nulla. A zárt rendszer energiája ennyi marad a lövés után is.

Adatok:

$$m_1 = 30 \text{ g} = 0,03 \text{ kg}$$

$$m_p = 6 \text{ kg}$$

$$v_1 = 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Képlet:

$$\text{Lövés előtt: } p_{\text{összes } 1} = 0$$

$$\text{Lövés után: } p_{\text{összes } 2} = m_p \cdot v_p - m_1 \cdot v_1 = 0$$

(figyelembe véve a mozgások irányát)

Számolás:

$$m_p \cdot v_p - m_1 \cdot v_1 = 0$$

$$m_p \cdot v_p = m_1 \cdot v_1$$

$$v_p = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_p} = \frac{0,03 \text{ kg} \cdot 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Válasz:

A puska $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel rúg vissza.

Feladatok

64/8 Mekkora sebességre gyorsul fel az 50 kg tömegű rakéta, ha belőle 1 kg tömegű üzemanyag 25000 m/s sebességgel áramlik ki?

A rakétából és a gázból álló rendszer kezdeti energiája nulla. A zárt rendszer energiája ennyi marad az áramlás során után is.

Adatok:

Képlet:

$$m_r = 50 \text{ kg}$$

Indítás után: $m_r \cdot v_r - m_{\ddot{u}} \cdot v_{\ddot{u}} = 0$ (figyelembe véve a mozgások irányát)

$$m_{\ddot{u}} = 1 \text{ kg}$$

$$m_r \cdot v_r = m_{\ddot{u}} \cdot v_{\ddot{u}} \Rightarrow v_r = v_{\ddot{u}} \cdot \frac{m_{\ddot{u}}}{m_r}$$

$$v_{\ddot{u}} = 25000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Számolás:

$$v_r = 25000 \cdot \frac{1}{50} = \frac{25000}{50} = 500$$

Válasz:

A rakéta sebessége 500 m/s sebességre gyorsul.

Newton I. törvénye

Tehetetlenség törvénye

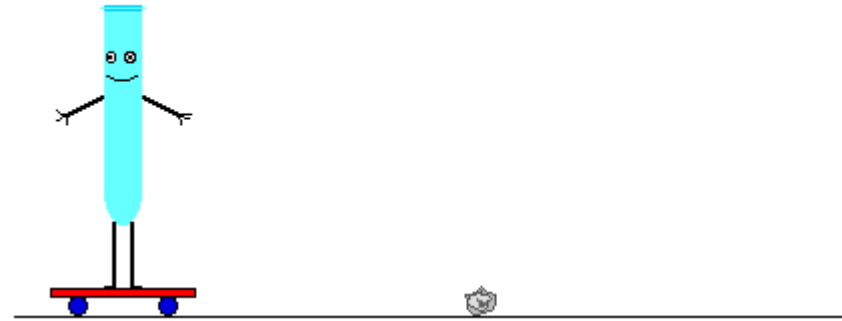
Minden test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez mindaddig, amíg környezete mozgásállapotának megváltoztatására nem készíti.



Az olyan vonatkoztatási rendszer, amelyben teljesül a tehetetlenség törvénye, inerciarendszernek nevezzük.

Gondolkodtató kérdések

Kérdés: Miért esik el a gördeszkázó, ha gyors haladása közben a deszka akadályba ütközik?



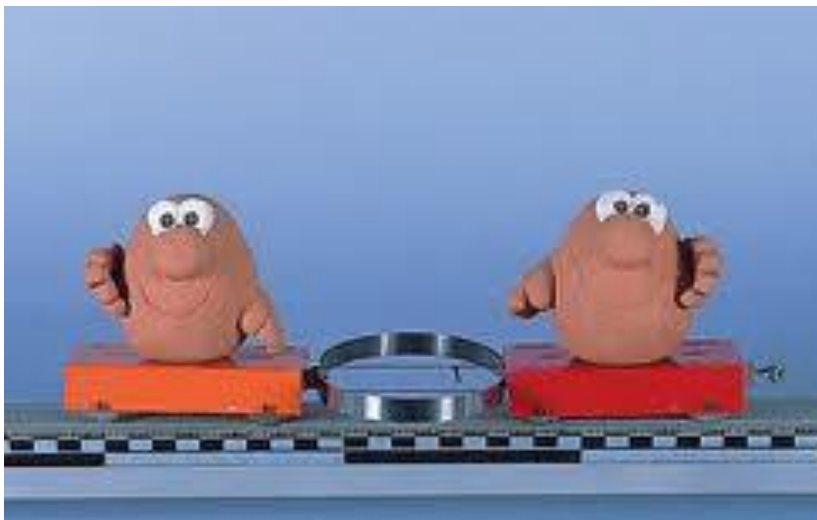
Válasz: Az akadály akkora erőt gyakorol a deszkára, hogy az megáll. De a rajta álló a tehetetlensége miatt megtartja mozgását, vagyis előrerepül.

Kérdés: Miért veszélyes mozgó járműről leugrani vagy mozgó járműre felugrani?

Válasz: Testünk tehetetlensége miatt nem tudja elég gyorsan átvenni a megváltozott sebességet, így ha lelépünk, előrebukhatunk, ha fellépünk a járműre, hátraesünk.

A tömeg dinamikai mérése

Annak a testnek nagyobb a tehetetlensége, amelyiknek nehezebb megváltoztatni a sebességét. **A tömeg a tehetetlenség mértéke.**



Két test kölcsönhatása közben bekövetkező sebességváltozások nagysága fordítottan arányos a testek tömegével. Ha m_1 tömeget **egységnek választjuk**, az m_2 test tömege:

$$m_2 = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \cdot m_1$$

A tömeg alapmennyiség, jele: m , mértékegysége: kg.

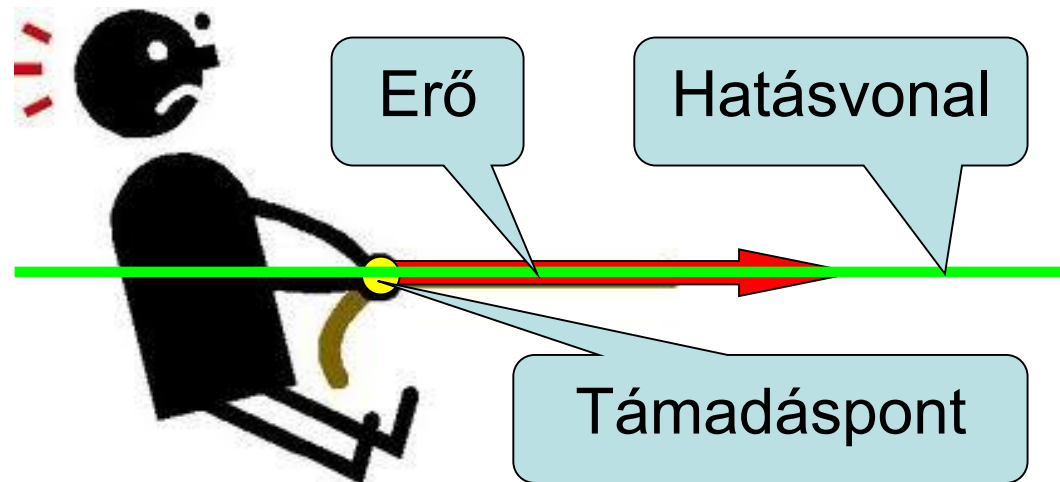
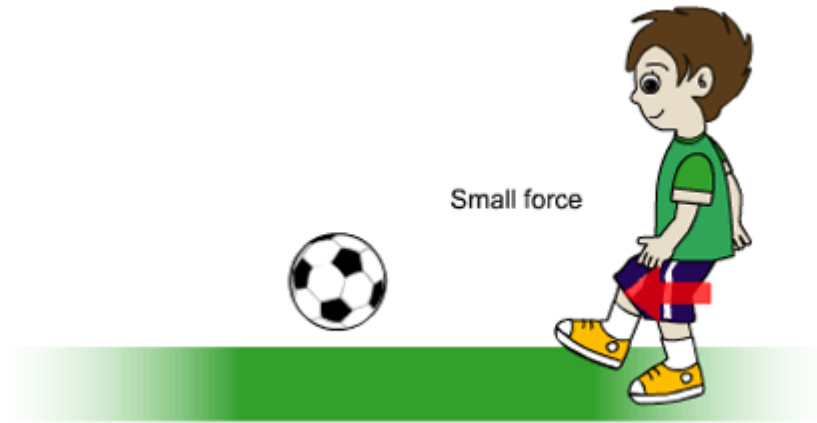
Az erő fogalma

A testek mozgásállapot-változtató hatását erőhatásnak, mennyiségi jellemzőjét pedig erőnek nevezzük.

Jele: F

Mértékegysége: N (newton)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$



Az erő vektormennyiség.

Feladatok

70/4 A 0,5 kg tömegű labdát 0,04 s-ig tartó rúgás gyorsítja fel 20 m/s sebességre. Mekkora a rúgás átlagereje?

Adatok:

$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,04 \text{ s}$$

$$\Delta v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Képlet:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

Számolás:

$$F = \frac{0,5 \cdot 20}{0,04} = \frac{50 \cdot 20}{4} = 50 \cdot 5 = 250$$

Válasz:

A rúgás átlagereje 250 N.

Feladatok

70/7 Egy nyugalomból induló, 120 kg tömegű motorkerékpárt és vezetőjét 550 N nagyságú erőhatás 8 másodpercig gyorsít. A motorkerékpár sebessége 20 m/s lesz. Mekkora a motoros tömege?

Adatok:

$$m_1 = 120 \text{ kg}$$

$$F = 550 \text{ N}$$

$$t = 8 \text{ s}$$

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Képlet:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{m_{\ddot{o}} \cdot v}{t} \Rightarrow m_{\ddot{o}} = \frac{F \cdot t}{v}$$

$$m_2 = m_{\ddot{o}} - m_1$$

Számolás:

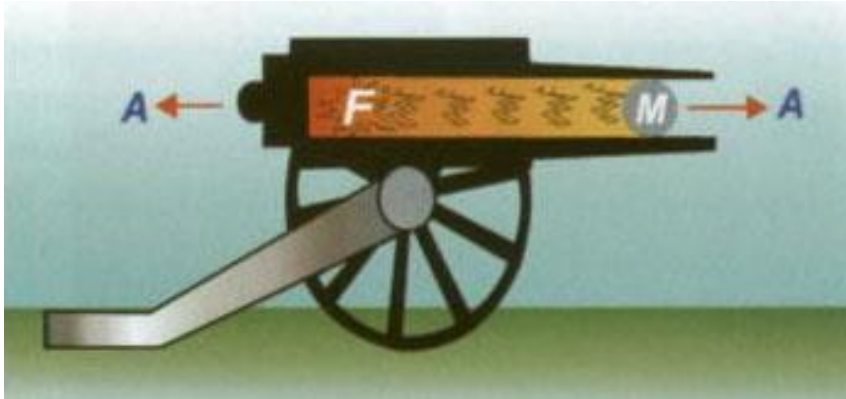
$$m_{\ddot{o}} = \frac{550 \cdot 8}{20} = 55 \cdot 4 = 220$$

$$m_2 = 220 \text{ kg} - 120 \text{ kg} = 100 \text{ kg}$$

Válasz:

A motoros tömege 100 kg.

Newton II. törvénye



Dinamika alaptörvénye

Ha egy testre ható erők eredője egy állandó nagyságú F_e erő, akkor a test gyorsulása $a = F_e / m$ ($F_e = ma$).

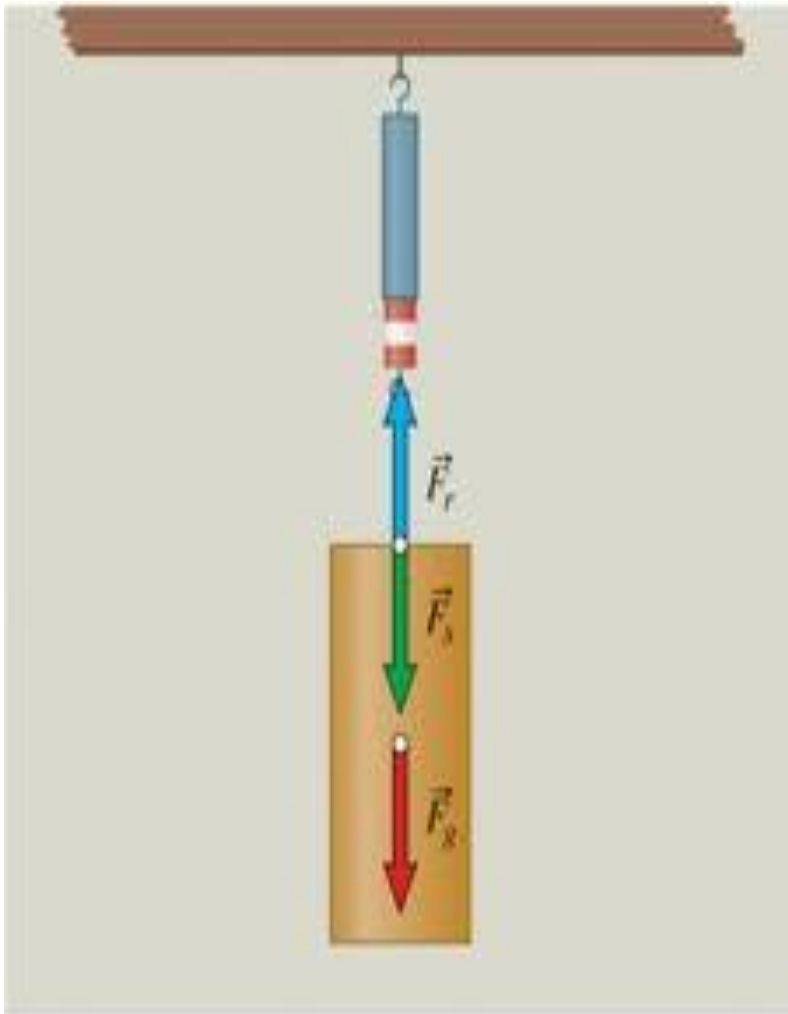
Az erő nem más, mint a lendületváltozás sebessége.

- ❶ Ha az erő állandó, akkor $F = \Delta I / \Delta t$ formában írható fel.
- ❷ Ha a **tömeg állandó**, akkor $F = m \cdot a$ formában írható fel.

A tehetetlenség a testek egyik alapvető tulajdonsága, amely különböző testeknél különböző mértékű lehet.

A testek tehetetlenségének mértéke a tömeg.

Newton III. törvénye



Hatás-ellenhatás törvénye

Két test kölcsönhatásakor az erők párosával lépnek fel.

Ha A test hat a B testre, akkor B is hat A -ra. A két erőt erőnek és ellenerőnek nevezzük.

Ezek az erők:

- ❶ egyenlő nagyságúak,
- ❷ közös hatásvonalúak,
- ❸ és ellentétes irányúak.

Mivel az erő és az ellenerő mindig **különböző testekre hat**, nem lehet őket összegezni.



Gondolkodtató kérdések

Kérdés: **Miért tud repülni a rakéta?**

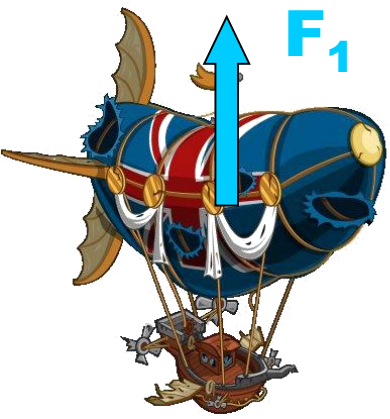
Válasz: A rakéta légüres térben is képes repülni, sőt még jobban, mint a levegőben. Mozgását az az erő okozza, amely a gázok kilövellésének ellenhatásaként lép föl. Ebben a mozgásban a levegőnek nincs szerepe.

Kérdés: **Miért lökődik vissza lövéskor a fegyver?**

Válasz: Mert a lövedékre és a fegyverre Newton III. törvényének megfelelően ugyanakkora erő hat. Amikor a lövedék elmozdul előre, ugyanazzal a lendületváltozással visszalökődik a puska.

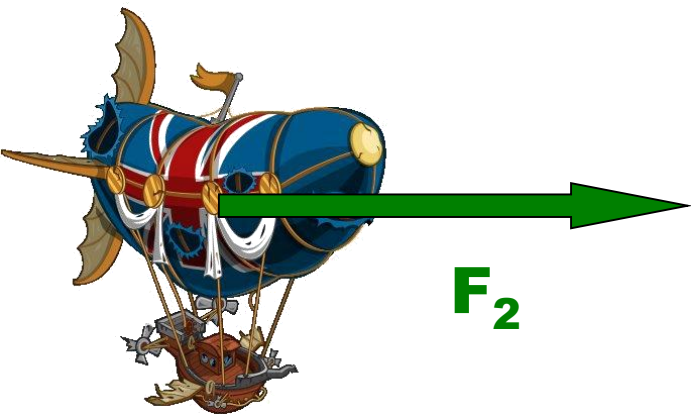
Newton IV. törvénye

A test így mozogna, ha csak az F_1 erő hatna rá.



Newton IV. törvénye

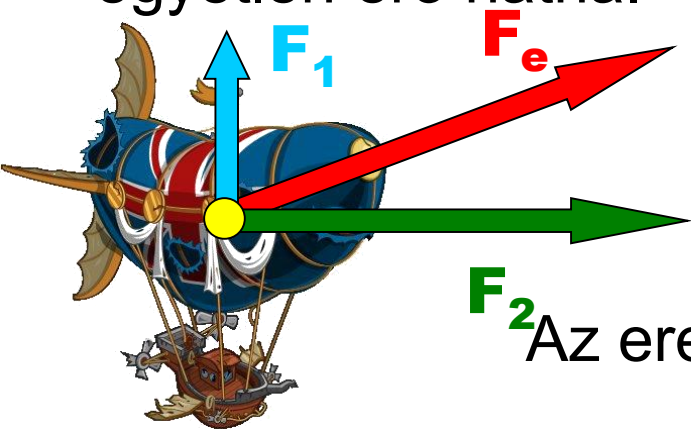
A test így mozogna, ha csak az F_2 erő hatna rá.



Newton IV. törvénye

A test így mozog, ha egyszerre hat rá az F_1 és az F_2 erő.

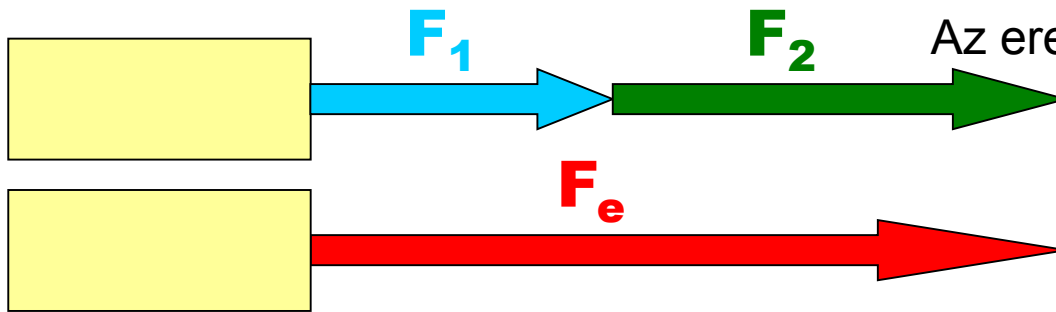
Ha egy testre egyszerre több erő hat, akkor ezek az erők egyetlen erővel, **az eredő erővel helyettesíthetők**, és a test úgy mozog, mintha rá csak ez az egyetlen erő hatna.



Az eredő erő a testre ható erők vektori összege.

Közös hatásvonalú erők eredője

Azonos irányú erők eredője:



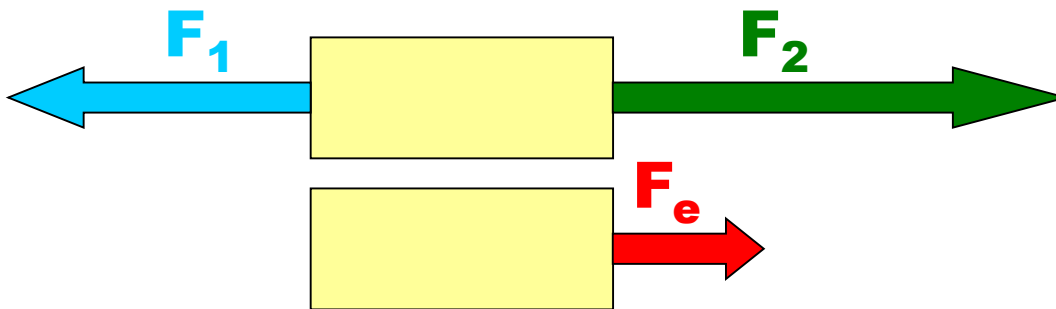
Az eredő vektor nagyságának számítása:

$$F_e = F_1 + F_2$$

Vektori összegzés szerint:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_e$$

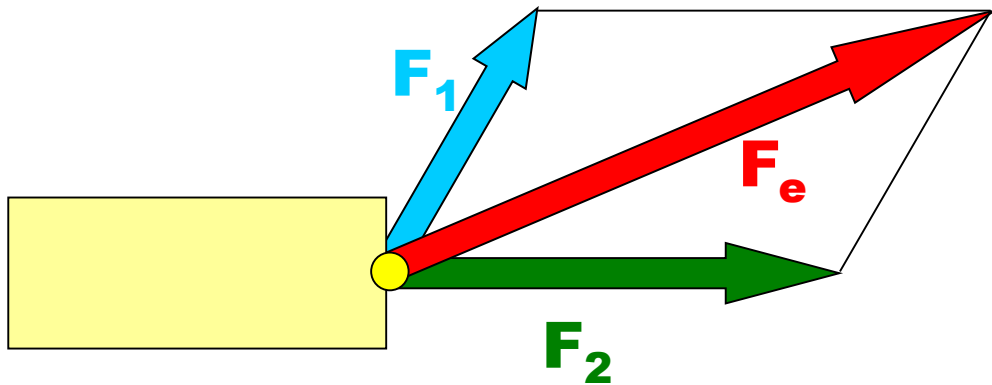
Ellentétes irányú erők eredője:



Az eredő vektor nagyságának számítása:

A közös hatásvonalú erők eredőjének nagysága az összetevők előjeles összege.

Eltérő hatásvonalú erők eredője

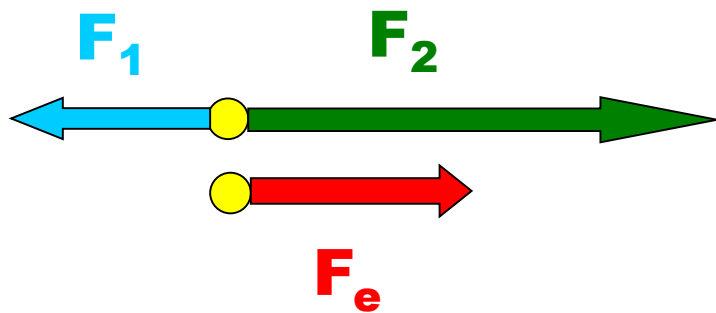


$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_e$$

Ha egy testre egyszerre több erő hat, az eredő erő az egyes erők vektori összege.

Feladatok

Mekkora a gyorsulása annak a 2 kg tömegű tömegpontnak, amelyre nyugati irányban 2 N, keleti irányban 8 N nagyságú erő hat? Milyen irányban fog mozogni a tömegpont?



Képlet:

Vektori összegzés szerint:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_e$$

Adatok:

$$F_1 = 2 \text{ N}$$

$$F_2 = 8 \text{ N}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$a = ?$$

Eredő vektor

nagyságának számítása:

$$F_e = F_2 - F_1$$

Számolás:

$$F_e = 8 \text{ N} - 2 \text{ N} = 6 \text{ N}$$

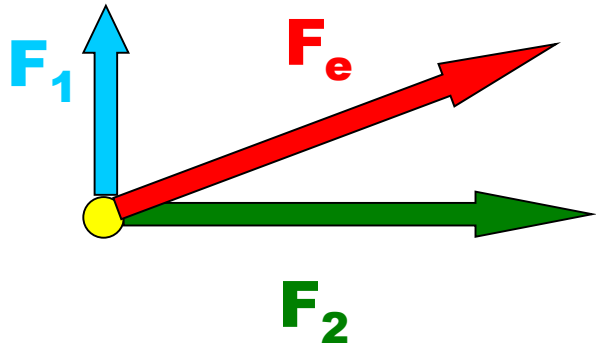
$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{6 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Válasz:

A tömegpont gyorsulása $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A test keleti irányban gyorsul.

Feladatok

Mekkora a gyorsulása annak a 2,5 kg tömegű tömegpontnak, amelyre északi irányban 3 N, keleti irányban 4 N nagyságú erő hat?



Adatok:

$$\begin{aligned}F_1 &= 3 \text{ N} \\F_2 &= 4 \text{ N} \\m &= 2,5 \text{ kg} \\a &=?\end{aligned}$$

Képlet:

Vektori összegzés szerint:
 $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_e$

Az eredő nagyságának számítása:

$$F_e = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Számolás:

$$F_e = \sqrt{(3 \text{ N})^2 + (4 \text{ N})^2} = 5 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{5 \text{ N}}{2,5 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Válasz:

A tömegpont gyorsulása $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Dinamikai feltételek

Egyenes vonalú mozgás

- ➊ Newton első törvénye miatt minden test megtartja egyenes pályáját, ha a ráható erők eredője nulla.
- ➋ Az egyenes vonalú mozgás esetén a sebesség iránya egybeesik a pálya egyenesével.
- ➌ Ezért ha van gyorsulás, annak iránya is egybeesik a pálya egyenesével.
- ➍ Newton II. törvénye miatt a gyorsulás iránya mindig azonos az erő irányával.

A testek csak akkor maradhatnak egyenes pályán, ha az őket érő erők eredőjének nagysága nulla, vagy az eredő hatásvonala egybeesik a pálya egyenesével.

Dinamikai feltételek

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

- ➊ Az egyenes vonalú egyenletes mozgás sebessége állandó.
- ➋ Ezért az egyenes vonalú egyenletes mozgás gyorsulása nulla.
- ➌ Newton II. törvényéből $F_e = m \cdot a$ következik, hogy: $F_e = 0$

A nyugalomnak és az egyenes vonalú egyenletes mozgásnak az a dinamikai feltétele, hogy a testet érő erők eredőjének nagysága nulla legyen.



Dinamikai feltételek

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

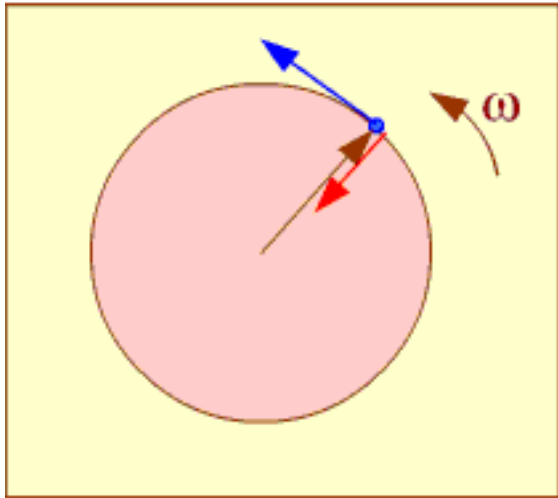
- ➊ Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás sebessége egyenletesen változik.
- ➋ Ezért az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás gyorsulása állandó.
- ➌ Newton II. törvényéből $F_e = m \cdot a$ következik, hogy: $F_e = \text{állandó}$.



Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásnak, az a dinamikai feltétele, hogy a testet érő erők eredőjének nagysága állandó legyen, és hatásvonala essen egybe a pálya egyenesével.

Dinamikai feltételek

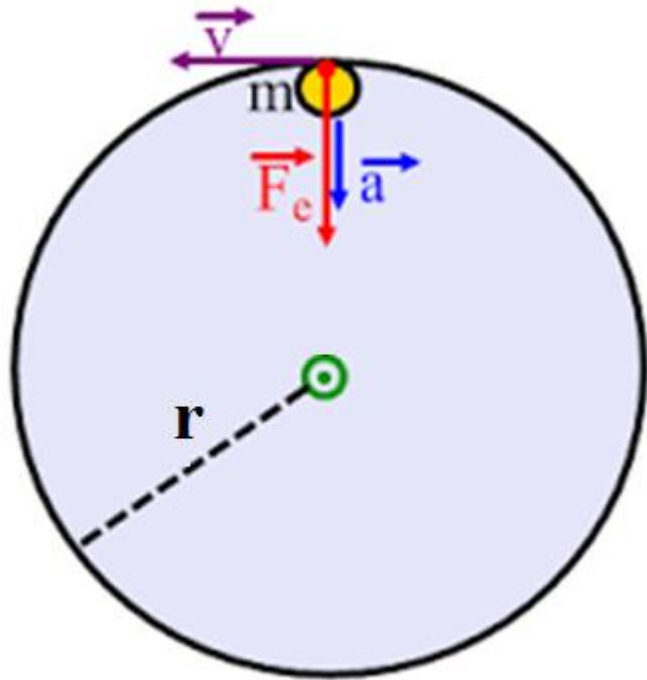
Egyenletes körmozgás



- ➊ Az egyenletes körmozgás sebességének nagysága állandó, de iránya változik.
- ➋ Az egyenletes körmozgás gyorsulása a kör középpontjába mutató állandó nagyságú centripetális gyorsulás.
- ➌ Newton II. törvényéből következik, hogy: F_e = állandó nagyságú, és iránya mindig a kör középpontjába mutat.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \text{ vagy } a_{cp} = r \cdot \omega^2$$

Egyenletes körmozgás dinamikai feltétele



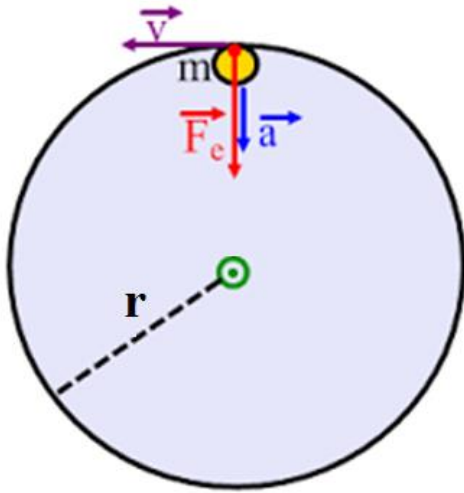
Az egyenletes körmozgás dinamikai feltétele, hogy a **testre ható erők eredője állandó nagyságú** legyen, és a mozgás minden pillanatában a **körpálya középpontja** felé mutasson.

Az m tömegű test v sebességgel, r sugárú körpályán tartásához szükséges centripetális erő (jele: F_{cp}) nagysága:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \text{vagy} \quad F_{cp} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

Feladatok

Mekkora centripetális erő szükséges a 2 kg tömegű test, 1 m sugarú körpályán, 5 m/s sebességgel történő tartásához?



Adatok:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

$$F_{cp} = ?$$

Képlet:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Számolás:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r} = 2 \text{ kg} \cdot \frac{(5 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1 \text{ m}} = 50 \text{ N}$$

Válasz:

A körpályán tartáshoz szükséges centripetális erő 50 N.

Gondolkodtató kérdések

Kérdés: Amikor a sáros útról betonúra felhajtó autó gyorsul – egy meghatározott sebességnél – a kerekeiről elkezdenek lerepülni a sárdarabok. Miért, és miért csak akkor?

Válasz: A sárdarabok meghatározott erővel tapadnak a kerékhez. Ahogy nő a sebesség, egyre nagyobb centripetális erő szükséges a körpályához. Amikor a centripetális erő túllépi a tapadási erő nagyságát, a sár leperreg a kerékről.

Kérdés: Miért nem folyik ki a víz a függőleges síkban megforgatott pohárból akkor, amikor fordított helyzetbe kerül?

Válasz: A pohár víz körmozgást végez. Dinamikai feltétel a kör középpontjába mutató erő. Ezt a gravitáció és a kötélben lévő kényszererő együtt biztosítják, így a víz nem folyik ki, sőt még fordított helyzetben is a pohár alját nyomja.